

# Curriculum in Statistica

## TEMA 1

*Il tema prevede una domanda (A) su un argomento generale da discutere ed esporre (mettendo in evidenza le definizioni, i risultati fondamentali e le connessioni) secondo la traccia suggerita e una sotto-domanda specifica (B) che riguarda un caso particolare.*

(A) Si descriva il problema del confronto tra due proporzioni dati due campioni casuali indipendenti da due popolazioni dicotomiche. Descrivere i metodi per verificare l'omogeneità dei due gruppi (uguaglianza delle probabilità di successo).

Discutere le diverse misure di associazione utilizzabili nelle tabelle  $2 \times 2$  e le loro distribuzioni campionarie. Mostrare le connessioni col modello di regressione logistica.

(B) Si consideri in particolare il caso di due campioni indipendenti di dimensione 100 in cui il numero osservato di successi sono 5 e 10. Fornire (senza svolgere tutti i calcoli necessari) un intervallo di confidenza approssimato al 95% per la differenza delle probabilità di successo e per il logaritmo dell'*odds-ratio*.

## Curriculum in Statistica

### TEMA 2

*Il tema prevede una domanda (A) su un argomento generale da discutere ed esporre (mettendo in evidenza le definizioni, i risultati fondamentali e le connessioni) secondo la traccia suggerita e una sotto-domanda specifica (B) che riguarda un caso particolare.*

(A) La stima per intervallo: si definisca il problema generale, e si mettano in evidenza le distinzioni tra impostazione frequentista e Bayesiana evidenziando i metodi principali per ottenere stime per intervallo. Ci si soffermi sulla interpretazione dei risultati e si discutano le proprietà generali delle procedure utilizzate.

(B) 1) Si costruisca un intervallo di confidenza per una frequenza relativa sapendo che in un campione di 28 unità la sua stima è 0.25.

2) Se  $(X_1, \dots, X_n)$  è un campione casuale da una normale con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$  incognite e denotando con  $L$  la lunghezza dell'intervallo di confidenza più corto che può essere costruito dai dati campionari, trovare il valore atteso  $E(L^2)$  sapendo che  $n = 200$  e il livello di confidenza è il 95%.

## Curriculum in Statistica

### TEMA 3

*Il tema prevede una domanda (A) su un argomento generale da discutere ed esporre (mettendo in evidenza le definizioni, i risultati fondamentali e le connessioni) secondo la traccia suggerita e una sotto-domanda specifica (B) che riguarda un caso particolare.*

(A) Si definisca il concetto di statistica sufficiente descrivendone il ruolo svolto nell'inferenza parametrica. Si stabilisca l'enunciato del teorema di fattorizzazione di Neyman-Fisher fornendone la dimostrazione. Illustrare l'importanza delle statistiche sufficienti nel procedimento inferenziale Bayesiano e in quello basato sulla verosimiglianza.

(B) Verificare che, dato un carattere  $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$  presente negli individui di una popolazione e tratto in modo probabilistico un campione di osservazioni  $(x_1, \dots, x_n)$ , la statistica  $T = \sum_{i=1}^n x_i$  è sufficiente per  $\lambda$ .