ANGOLO ACUTO

Via Cairoli, 78
50131 FIRENZE

ANNO PRIMO
3
GIUGNO - LUGLIO
1970

Angolo acuto

palestra per i giovani appassionati di matematica

a cura di

Giuseppe Spinoso

Pubblicazione bimestrale

conto corrente postale 5/27919

telefono 588 429

Un fascicolo Lire 250.
Abbonamento annuo Lire 1000.
Abbonamento sostenitore da Lire 1500 a Lire 3000.
Ogni appassionato invii la sua quota, secondo le sue possibilità,
affinchè ANGOLO ACUTO possa migliorare e aumentare il numero delle pagine.

MATEMATICA DILETTEVOLE

A pag. 2 del primo fascicolo avevamo pubblicato:

Pensa un numero intero......

Un gioco aritmetico di Leonardo Pisano (Leonardo Fibonacci) che vi permetterà di indovinare qualsiasi numero intero pensato da un'altra persona.

- Pensa un numero intero (o scrivilo).	I RISPOSTA:	- *L'ho pensato.*
- Moltiplicalo per 3.	II RISPOSTA:	- *L'ho moltiplicato.*
- Il prodotto ottenuto è pari o dispari?	III RISPOSTA:	- *E' pari.*
	oppure:	- *E' dispari.*
	Allora aggiungi 1.	- *L'ho aggiunto.*
- Ora dividi per 2.	IV RISPOSTA:	- *Già fatto.*
- Moltiplica nuovamente per 3.	V RISPOSTA:	- *Ho moltiplicato.*
- Il prodotto ottenuto è pari o dispari?	VI RISPOSTA:	- *E' pari.*
	oppure:	- *E' dispari.*
	Allora aggiungi 1.	- *L'ho aggiunto.*
- Dividi nuovamente per 2,	VII RISPOSTA:	- *Già fatto.*

- Nel numero che hai ottenuto quante volte è contenuto il numero 9?
- VIII RISPOSTA: *(indicare il quoziente approssimativo per difetto a meno di un'unità).*

* * *

Dalle risposte III, VI e VIII si può dedurre il numero pensato (ed il resto della divisione), con la seguente REGOLA

Si moltiplica il quoziente comunicato per 4; il prodotto così ottenuto corrisponde al numero pensato
se entrambe le risposte III e IV sono : *E' pari.*

A questo prodotto

- *si aggiunge 1:* se la risposta III è: *E' dispari* e la risposta IV è: *E' pari;*
- *si aggiunge 2:* se la risposta III è: *E' pari* e la risposta IV è: *E' dispari;*
- *si aggiunge 3:* se entrambe le risposte III e IV sono: *E' dispari.*

Ed ecco, ora la dimostrazione:

(continua a pag. 15)

Ripetiamo, per coloro che non hanno ricevuto i precedenti fascicoli,

IL PROGRAMMA DI ANGOLO ACUTO

1) Rinnovare e perfezionare, nella rubrica "La palestra delle gare", un interessante dialogo con gli alunni delle varie scuole di tutta Italia, non soltanto con i "bravissimi" ma anche con i "meno bravi" (purchè dotati di buona volontà), per aiutarli a vincere, con l'impegno e la perseveranza, alcune loro difficoltà di apprendimento.

2) Accogliere, anzi, sollecitare la collaborazione, le proposte, i consigli e le critiche di tutti: (particolarmente gradita sarà la collaborazione dei Professori e degli Alunni delle scuole medie inferiori e superiori).

3) Giungere puntualmente a quanti (Scuole, Professori, Alunni di scuole medie inferiori e superiori) aderiranno a questa iniziativa, inviando la loro quota di abbonamento (ordinario o sostenitore). Se qualche studente, proprio non può ed è appassionato di matematica, ci scriva ugualmente.

4) Diventare al più presto MENSILE.

* * * * * * *

Un vivo ringraziamento a tutti coloro che ci hanno incoraggiato in questa iniziativa e continuano ad incoraggiarci svolgendo spontanea propaganda fra i Giovani e a tutti coloro che ci hanno inviato la loro quota, con sollecitudine e fiducia, subito dopo il ricevimento dei primi due fascicoli.

AMICI DI ANGOLO ACUTO (secondo elenco)

(Sono contrassegnati con asterisco i nomi degli Amici che hanno inviato quote sostenitrici)

Prof. Sergio Ricci - FIRENZE
* Francesco Toninelli - TORINO
Geom. Giotto Innocenti - FIRENZE
Nicola Umberto Animobono - BASSANO DEL GRAPPA
Vincenzo Enrico - ALBENGA
Franco Converso - NAPOLI
Prof. Paola Fenili - FIRENZE
Silvano Bellesi - FIRENZE
Maria Palmisano - BETTOLE BUFFALORA
Bruno Gigi Minoja - FIRENZE
Prof. Giuseppina Cotticelli - CREMONA
Prof. Osvaldo Ferri - L'AQUILA
* Giuseppe Guarato - VALDAGNO
Sandro Fossi - FIRENZE
* Prof. Flora Fiorentini - FIRENZE
Leonardo Bacci - FIRENZE
Gabriele Paoli - FIRENZE
* Prof. Salvatore Nicotra - ROMA
Prof. Paola Viti - FIRENZE
Classe 2^H Scuola Media "D.Compagni" - FIRENZE
* Prof. Giovanni Craici - BOLZANO
Prof. Bruno De Finetti - ROMA
* Prof. Luisa Viola - ANCONA

(continua a pag. 15)

Vittorio Ferrero, anni 12

Frequenta la II classe della Scuola Media "Giovanni Pascoli" di TORINO E' il più giovane amico sostenitore di "Angolo acuto" e il più bravo "risolutore" fra gli alunni di scuola media. Congratulazioni ed auguri.

LA PALESTRA DELLE GARE

AVVERTENZE IMPORTANTI PER I RISOLUTORI. Si raccomanda di usare fogli distinti per le singole risposte. Ciascuna risposta dovrà portare il cognome e il nome del risolutore e l'indirizzo esatto e completo del numero di codice postale. Gli studenti indichino anche la classe e l'Istituto frequentato nel corrente anno scolastico e l'età. Le risposte delle questioni proposte in questo fascicolo dovranno essere inviate ad:

ANGOLO ACUTO, Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE
entro il 31 Ottobre 1970.

Per ogni questione proposta saranno pubblicati i nomi di tutti i risolutori e le risposte migliori. Annualmente sarà compilata una graduatoria fra i Giovani che si saranno distinti per assiduità, esattezza ed ordine e saranno assegnati loro dei premi in libri.

QUESTIONI PROPOSTE

(Non sono poste in ordine di difficoltà)

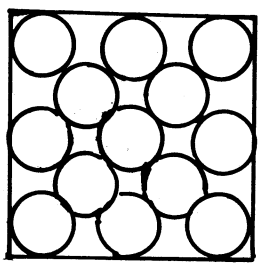
Riproponiamo la questione num. 12 pubblicata a pag. 6 del primo fascicolo, perchè conteneva un errore di stampa.

12. In un cerchio di centro 0 sono tracciate due corde AB, CD che si intersecano in un punto P.

Supposte note le ampiezze dei due angoli AOD, BOC, calcolare le ampiezze degli angoli APC e APD.

31. In un quadrato ABCD sono sistemate 13 monetine uguali di raggio r, disposte come nella figura qui indicata.

Determinare il lato del quadrato.



32. Decomporre un ottagono regolare in 8 quadrati uguali e 16 rombi uguali in modo che i lati dei quadrati e dei rombi risultino uguali alla metà del lato dell'ottagono.

33. Sono date otto palle da biliardo di uguale raggio; una, però, pesa 3 grammi in più delle altre.

Qual è il numero minimo di pesate necessarie per individuare la palla più pesante?

G. Gaudenzi

34. Dati una retta r e due punti A e B appartenenti ad uno stesso semipiano di origine r, determinare geometricamente il minimo percorso di un mobile che si porti da A a B percorrendo un segmento di lunghezza assegnata sulla retta r.

35. Fissati su un piano una retta r e due punti A e B esterni ad r e giacenti dalla stessa parte rispetto ad r, costruire le circonferenze passanti per A e per B e tangenti ad r.

36. Con sei segmenti uguali sapete costruire quattro triangoli equilateri uguali?

37. Se k è un numero intero positivo l'espressione

$$2^{6k+2} - 3^{2k-1}$$

è divisibile per 11.

G.C.

38. Se in un triangolo ABC si ha:

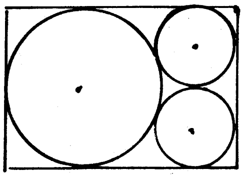
$$r \cdot r_a = r_b \cdot r_c$$

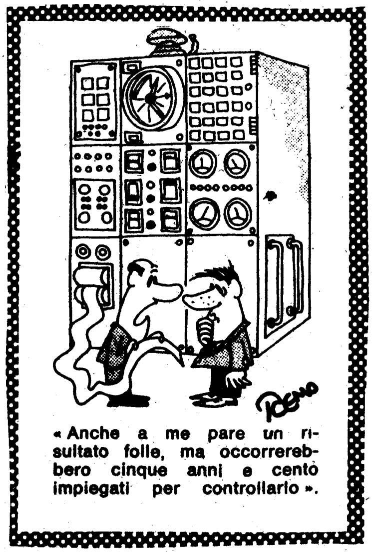
il triangolo risulta rettangolo in A.
Con r, r_a, r_b, r_c sono indicate rispettivamente le misure del raggio della circonferenza inscritta e delle tre circonferenze exiscritte al triangolo.

G. C.

39. Osserva la figura: ciascun lato del rettangolo è tangente ad una o a due delle tre circonferenze che sono, due a due, tangenti esternamente fra loro.

Determinare l'area del rettangolo sapendo che il raggio delle due circonferenze uguali ha per misura r.





Cervelli elettronici

La Redazione si propone di dar vita oltre alla "PALESTRA DELLE GARE" alle seguenti rubriche:

- La posta dei lettori - Piccole note didattiche - Matita rosso-blu - Introduzione alla matematica moderna - Matematica dilettevole - Criptaritmetica - La caccia agli errori di stampa nei libri di testo di matematica - Risolviamo insieme il seguente problema Abbiamo scelto per voi - Schedario di esercitazioni matematiche (da ordinare per argomenti e per difficoltà) - Piccolo dizionario di matematica (schedario).

Ai risolutori che inviano le risposte delle equazioni proposte in questo fascicolo ricordiamo le TARIFFE POSTALI vigenti:

LETTERE (chiuse)	fino a 20 grammi	L. 50
" "	da 20 a 100 grammi	L. 100
MANOSCRITTI (aperti)	fino a 250 grammi	L. 125

(per ogni 50 grammi o frazione in più L. 25).

RISOLUZIONI DELLE QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 1

Quanti sono i numeri interi di tre cifre contenenti una cifra assegnata almeno una volta?

PRIMA RISOLUZIONE
inviata da Maria Grazia Da Dolt del Liceo Classico (V ginn.) "C.Rinaldini" di Ancona.

I numeri richiesti dall'enunciato si possono contare distinguendo due casi:

I) la cifra assegnata sia zero;
II) la cifra assegnata sia C diversa da zero.

Osservo intanto che i numeri interi di tre cifre sono 900 (da 100 a 999); precisamente nove "centinaia". (100-199; 200-299; .. ...; 900-999).

I caso

In ciascun centinaio ci sono 19 numeri contenenti almeno una volta lo zero; quindi i numeri di tre cifre contenenti, almeno una volta, lo zero sono complessivamente

$$19 \times 9 = 171 .$$

II caso

La cifra C (diversa da zero) compare, almeno una volta, nei 100 numeri del "centinaio" in cui C è la cifra delle centinaia.
In ogni altro "centinaio" la cifra C compare almeno una volta in 19 numeri. Quindi i numeri richiesti sono

$$100 + 19 \times 8 = 252 .$$

SECONDA RISOLUZIONE
inviata dal Prof. Francesco Fogliotti di Genova Sampierdarena.

I) Se la cifra assegnata è lo zero,
essa è presente in 90 numeri come cifra delle unità e in 90 numeri come cifra delle decine. Si potrebbe quindi dedurre, concludendo frettolosamente, che lo zero compare in 180 numeri. In tal modo però i seguenti nove numeri: 100, 200, 300, ..., 900, vengono contati due volte, perciò la risposta esatta è

$$180 - 9 = 171.$$

II) Se, invece la cifra assegnata è una cifra significativa, cioè una cifra diversa da zero, essa è presente

in $10 \times 9 = 90$ numeri come cifra delle unità
in $10 \times 9 = 90$ numeri come cifra delle decine e
in $10 \times 10 = 100$ numeri come cifra delle centinaia.

Quindi la risposta frettolosa sarebbe

$$90 + 90 + 100 = 280 .$$

Ci sono però alcuni numeri che vengono contati due volte e un numero che viene contato tre volte.

Per fissare le idee, poniamo, ad esempio, che la cifra assegnata sia 1. Il numero 111 viene contato tre volte; i seguenti 26 numeri vengono contati due volte.

101;	110;	112;	113;	114; ... 119;
121;	131;	141;	......;	191;
211;	311;	411;	......;	911.

I numeri di tre cifre, contenenti una assegnata cifra diversa da zero, almeno una volta, sono quindi:

$$280 - 2 - 26 = 252.$$

NOTA.- Si propone ora il quesito generalizzato: quanti sono i numeri di quattro cifre(... di n cifre) contenenti almeno una volta una cifra assegnata?

QUESTIONE 2.

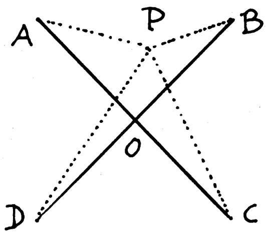
Quattro telefoni si trovano ai vertici di un quadrato dato. Collegarli con un sistema di fili, tale che risulti minima la lunghezza complessiva.

RISOLUZIONE
inviata da Marco Viola di Mortara (Pavia)

Siano A, B, C, D i vertici del quadrato nei quali si suppongono posti i quattro telefoni; sia 0 il punto di intersezione delle diagonali AC e BD, e sia P un punto qualunque non appartenente alla retta BD.

Si ha

$$AC \lessgtr AP + PC$$
$$BD < BP + PD\ ;$$



ne segue, sommando membro a membro:

$$AC + BD < AP + PB + PC + PD.$$

L'insieme delle due diagonali costituisce quindi il collegamento telefonico minimo richiesto.

QUESTIONE 3.

Costruire un segmento nota la lunghezza della sua parte aurea.

RISOLUZIONE ALGEBRICA
inviata da Alvise Revedin del Liceo Scientifico di Firenze.

E' noto che se l è un segmento ed a è la sua sezione aurea, si ha la seguente proporzione

BISETTRICE
dell'angolo interno di un triangolo

ABC triangolo qualunque

$CD = s_c$ bisettrice dell'angolo interno ACB.

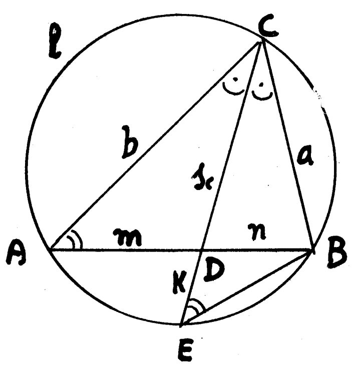
$\overline{AB} = c$; $\overline{BC} = a$; $\overline{CA} = b$.

perimetro $= 2p = a + b + c$.

ℓ circonferenza circoscritta al triangolo ABC.

E intersezione di ℓ con la retta CD.

$\overline{AD} = m$; $\overline{BD} = n$; $\overline{DE} = K$.



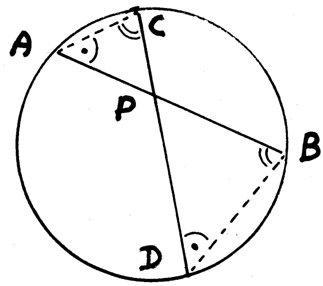
Per il teorema delle corde (I QUADRO) si ha:

$$CD : AD = BD : DE \qquad (1)$$

da cui:

$$s_c \cdot K = mn \qquad (2)$$

TEOREMA DELLE CORDE



Risultano simili i triangoli $\begin{cases} \widehat{PAC} \\ \widehat{PDB} \end{cases}$, ne segue:

$$\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB} .$$

I

* * *

Risultano simili i triangoli $\begin{cases} \widehat{ACD} \\ \widehat{ECB} \end{cases}$;

ne segue:

$$AC : CD = EC : CB$$

ovvero

$$b : s_c = (s_c + K) : a \ ;$$

$$ab = s_c(s_c + K) =$$

$$= s_c^2 + s_c \cdot K \ ;$$

e per la (2):

$$ab = s_c^2 + mn ,$$

da cui:

$$\boxed{s_c^2 = ab - mn} \qquad (3)$$

Questa formula è particolarmente utile, se si conoscono già le misure di m ed n.

* * *

Dal teorema della bisettrice dell'angolo interno di un triangolo (II QUADRO) si ha:

$$AD : DB = AC : CB\,,$$

$$m : n = b : a \qquad (4)$$

da cui componendo

$$\begin{cases}(m+n) : m = (b+a) : a \\ \quad c \quad : m = (b+a) : a \end{cases} \qquad (*)$$

$$\begin{cases}(m+n) : n = (b+a) : b \\ \quad c \quad : n = (b+a) : b \end{cases} \qquad (\blacktriangle)$$

e risolvendo la $(*)$ rispetto a m e la $(\blacktriangle)$ rispetto a n:

$$m = \frac{ac}{a+b}\;;$$

$$n = \frac{bc}{a+b}$$

Moltiplicando queste ultime membro a membro si ha:

$$\boxed{mn = \frac{abc^2}{(a+b)^2}} \qquad (5)$$

Sostituendo ora nella (3) il valore di mn fornito dalla (5) si ha:

$$s_c = ab - \frac{abc^2}{(a+b)^2} =$$

$$= \frac{ab(a+b)^2 - abc^2}{(a+b)^2} =$$

$$= \frac{ab}{(a+b)^2}\left[(a+b)^2 - c^2\right] =$$

$$= \frac{ab}{(a+b)^2}(a+b+c)(a+b-c) =$$

$$= \frac{ab}{(a+b)^2} \cdot 2p \cdot 2(p-c) =$$

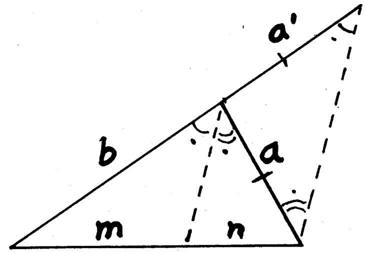
$$= \frac{4ab \cdot p\,(p-c)}{(a+b)^2}\;;$$

e finalmente:

$$\boxed{s_c = \frac{2}{a+b}\sqrt{abp(p-c)}}$$

II

Teorema della bisettrice dell'angolo interno di un triangolo



Per il teor. di **TALETE**

$$m : n = b : a'$$

$$\downarrow$$

$$m : n = b : a$$

continua, derivante dalla definizione stessa di sezione aurea di un segmento:

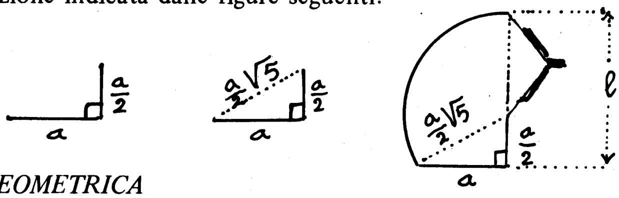
$$l : a = a : (l - a)$$

Ne segue l'equazione in l : $\quad l^2 - al - a^2 = 0$

Risolvendo si ha: $\quad \Delta = a^2 + 4a^2 = 5a^2,$

e scartando la soluzione negativa: $\quad l = \frac{1}{2}(a + a\sqrt{5}) = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{5}.$

Ne segue la costruzione indicata dalle figure seguenti:



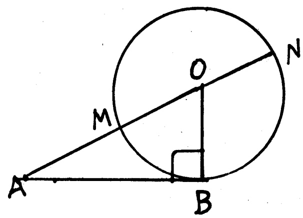
RISOLUZIONE GEOMETRICA
inviata dal Prof. Francesco Fogliotti di Genova-Sampierdarena

Sia AB il segmento "sezione aurea" del segmento da determinare. Si conduca per uno degli estremi di AB (ad esempio, per B) la semiretta BK, perpendicolare ad AB. Si riporti su tale semiretta il segmento BO = $\frac{1}{2}$ AB.

La circonferenza di centro O e raggio OB risulta tangente ad AB in B e taglia la retta AO nei punti M ed N.

Si osservi intanto che MN = 2·OB = AB.

D'altra parte, per il teorema della secante e della tangente si ha:



$$AN : AB = AB : AM$$
$$\downarrow$$
$$(AN - MN)$$
$$\downarrow$$
$$AN : AB = AB : (AN - AB)$$

Questa proporzione continua (per la definizione stessa di sezione aurea di un segmento), ci informa, con il suo implicito linguaggio, che AB è la sezione aurea di AN. Ne segue quindi che AN è il segmento cercato.

Posto AB = si ha:

$$AN = AO + ON = \frac{a}{2}\sqrt{5} + \frac{a}{2} = \frac{a}{2}(\sqrt{5} + 1).$$

IL LINGUAGGIO DELLA PROPORZIONE CONTINUA

Se il quarto proporzionale di una proporzione continua è uguale alla differenza fra il primo e il secondo termine, si deduce che il secondo termine è la sezione aurea del primo.

Così se $\quad AB : AC = AC : (AB - AC) \qquad (*)$

con $AB > AC$

non è consigliabile scrivere $\quad AB : AC = AC : CB$

perchè quest'ultima proporzione non comunica con rapidità ed evidenza il linguaggio proprio della proporzione derivante dalla definizione di sezione aurea di un segmento, che invece è reso chiaramente dalla proporzione $(*)$.

Prova scritta di matematica

8 Luglio 1970

MATURITA' MAGISTRALE

Sia dato un triangolo rettangolo ABC, inscritto in una semicirconferenza di diametro BC = 2r, tale che AB = r. Con centri in B e C e con raggi BA e CA si descrivano due archi di circonferenza che intersechino rispettivamente ed internamente l'ipotenusa nei punti D e E; si osservi che l'angolo DAE ha ampiezza di 45°.

Si calcolino il volume e l'area della superficie del solido generato dalla rotazione di un giro completo del triangolo DAE attorno all'ipotenusa del triangolo dato.

Per semplificare il calcolo dell'area della superficie si può tener presente l'identità

$$\sqrt{2-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

di immediata verifica.

Prova scritta di matematica

8 Luglio 1970

MATURITA' SCIENTIFICA

Verificare che le due curve piane, grafici cartesiani delle funzioni

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$
$$y = x^3 - 3x^2 - 2x + 1$$

hanno due punti in comune.

Indicare l'andamento dei predetti grafici cercandone in particolare gli eventuali punti di massimo o di minimo relativi.

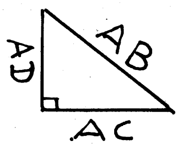
Determinare l'area della regione piana limitata dai due archi dei grafici aventi per estremi i due punti comuni.

Considerate poi le tangenti ai due grafici nei punti comuni, calcolare l'area del quadrilatero convesso da esse determinato.

C R I P T A R I T M E T I C A

La CRIPTARITMETICA è quella parte della moderna aritmetica dilettevole che studia come si possono ricostruire - per tentativi o meglio con ragionamenti - certe operazioni aritmetiche nella cui indicazione alcune cifre sono state sostituite con segni o con lettere maiuscole dell'alfabeto. Bisogna tener presente che segni o lettere uguali rappresentano cifre uguali e, ovviamente, segni e lettere disuguali rappresentano cifre disuguali.

6. *Terna pitagorica.*
   Determinare la terna pitagorica AB, AC, AD relativa al triangolo rettangolo qui indicato.



7. Ricostruire l'addizione criptaritmetica sapendo che T è una cifra pari:

```
OTTO +
 UNO =
-----
NOVE
```

8. Ricostruire la scomposizione in fattori di DROGA

```
DROGA | NO
 ERRR | NO
   NO | NO | A
    E | ET | ET
      | E  |
```

RISPOSTE

1. Ricostruire l'addizione:
   (Esiste una sola soluzione se I è dispari ne esistono due se I è pari)

```
 B U O N +
 A N N O =
---------
A M I C I
```

RISOLUZIONE
di Francesco Toninelli di Torino

Risulta subito $A = 1$ (perchè $B+A+$riporto < 20)
e conseguentemente $N + O \geq 12$ $(*)$

$$U = O - 1 \; ; \quad B = 8 \; ; \quad M = 0 \text{ (zero)} \; ; \quad C = I + 1 .$$

Tenendo conto delle limitazioni di cui sopra e sviluppando la (★) si ottengono soluzioni soltanto quando

$N + O = 12$ oppure $N + O = 13$,

e precisamente due soluzioni per $I = 2$ ed una soluzione per $I = 3$:

```
 8675 +     8457 +     8567 +
 1557 =     1775 =     1776 =
-----      -----      -----
10232      10232      10343
```

Ottime le risoluzioni inviate da Fernando Rossi del Liceo Classico "Dante" di Firenze e dal Professor Francesco Fogliotti di Genova Sampierdarena.

2. Ricostruire la scomposizione in fattori primi del numero ESSO.

E	S	S	O	★
△	□	□	□	★
★	△	△	△	★
■	★	★	★	★
	○	■	■	■ △
		△	S	△ S
			1	

RISOLUZIONE
di Fernando Rossi del Liceo Classico "Dante" di Firenze e di Francesco Toninelli di Torino.

Il divisore ★ non può essere che 2: infatti il quoto di ESSO per $★^3$ è ancora un numero di quattro cifre. Risulta subito che: ■ = (★ : ★) = 1

per cui ■★★★ = 1222.
Allora sarà: $ESSO = 1222 \times 2^3 = 9776.$

E si può procedere subito alla relativa scomposizione in fattori primi.

Le successive indicazioni servono per un'ulteriore verifica; si ha infatti:

○■■ = 1222 : 2 = 611 = 13 × 47.

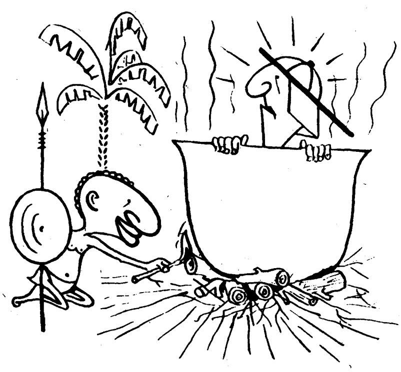
9776	2
4888	2
2444	2
1222	2
611	13
47	47
1	

E' pervenuta anche un'altra ottima risoluzione del Prof. Francesco Fogliotti di Genova Samp.-

LIBRI RICEVUTI

EMANUELE REGUZZONI - Problemi di fisica risolti e proposti - per le scuole medie superiori.
Istituto Italiano Edizioni ATLAS - BERGAMO L. 2000.
C.D.OLDS - Frazioni continue.
Edizioni ZANICHELLI - BOLOGNA L. 900.
La Casa Editrice VALLECCHI di FIRENZE ci ha inviato i seguenti volumi della collana TUTOR che offrono un nuovo metodo interessante e funzionale di autoistruzione.
MATEMATICA PRATICA di Grace C.Martin & Ann Smalley - Tre volumi - L. 6000.
ARITMETICA PER I CALCOLATORI ELETTRONICI di Norman A.Crowder - Due volumi - L. 5000.
ELEMENTI FONDAMENTALI DI ELETTRICITA' di James B.Owens & Paul Sanborn. Due volumi - L. 4800.

Una domandina di termologia:

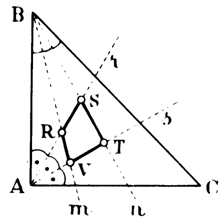


CHE COSA E' IL CALORE?

ABBIAMO SCELTO PER VOI .....

A pag. 13 del 1^ fascicolo avevamo scelto per gli alunni della I e II classe del-della scuola media il seguente esercizio:

1. La figura a fianco indicata rappresenta un triangolo ABC, rettangolo in A e isoscele. Le semirette *r* ed *s*, uscenti dal vertice A, dividono l'angolo A in tre parti uguali.
Le semirette *m* ed *n*, uscenti dal vertice B, dividono l'angolo B in tre parti uguali. Determinate gli angoli interni del quadrilatero RSTV, formato dalle semirette *r, s, m, n.*



(Dal volume PI GRECO, geometria per la scuola media di L. Cateni e G. Spinoso, Ediz. Le Monnier - Firenze).

L'alunno Marco Miniati della Scuola media di Umbertide ci ha inviato la seguente risoluzione prendendo in esame il quesito generalizzato.

RISOLUZIONE

Sia ABC un triangolo qualsiasi.

Posto $\hat{A} = 3a$, $\hat{B} = 3b$, $\hat{C} = 3c$,

indico con $\hat{R}_e$, $\hat{S}_e$, $\hat{T}_e$, $\hat{V}_e$,

e con $\hat{R}_i$, $\hat{S}_i$, $\hat{T}_i$, $\hat{V}_i$,

rispettivamente le ampiezze degli angoli esterni e degli angoli interni del quadrilatero RSTV. Si ha:

dal triangolo ABR $\hat{R}_e = a + b$,

dal triangolo ABS $\underline{\hat{S}_i = a + 2b}$,

dal triangolo ABT $\hat{T}_e = 2a + 2b$,

dal triangolo ABV $\underline{\hat{V}_i = 2a + b}$,

e poichè gli angoli interni sono ovviamente supplementari dei rispettivi angoli esterni si ha subito:

$$\underline{\hat{R}_i = 2a + 2b + 3c}, \qquad \underline{\hat{T}_i = a + b + 3c}.$$

In particolare nell'esercizio proposto, essendo $a = 30°$, $b = c = 15°$,

si ha: $\hat{R}_i = 135°$, $\hat{S}_i = 60°$, $\hat{T}_i = 90°$, $\hat{V}_i = 75°$.

Errata-corrige

Fascicolo 2 pag. 12 rigo 8

leggasi 3 848 845 invece di 3 845 848

(continua da pag. 2)

Risposta di Elisa Gruppaldi del Liceo Classico di Ragusa e del Prof. Francesco Fogliotti di Genova-Sampierdarena.

Conviene indicare il numero pensato in uno dei quattro modi:

$N=4x$	$N=4x+1$	$N=4x+2$	$N=4x+3$

Nei quattro casi si hanno successivamente i seguenti risultati nelle sequenze:

II)	$12x$	$12x+3$	$12x+6$	$12x+9$
III)	pari	dispari	pari	dispari
	......	$12x+4$	......	$12x+10$
IV)	$6x$	$6x+2$	$6x+3$	$6x+5$
V)	$18x$	$18x+6$	$18x+9$	$18x+15$
VI)	pari	pari	dispari	dispari
	......	......	$18x+10$	$18x+16$
VII)	$9x$	$9x+3$	$9x+5$	$9x+8$
VIII)	x	x	x	x
	(resto 0)	(resto 3)	(resto 5)	(resto 8)

Pertanto per ottenere il numero N, si moltiplica per 4 il quoziente x comunicato dalla VIII risposta e si aggiunge rispettivamente zero, 1, 2 e 3, ottenendo successivamente:

$4x$	$4x+1$	$4x+2$	$4x+3$

(continuazione da pag. 3)

*Prof. Clara Viola - ANCONA
Andrea Borgioli - FUCECCHIO
Istituto Tecnico "L.da Vinci" - TRIESTE
Dott. Walter Fogagnolo - TORINO
Massimo Fontana - MILANO
Ing. Mario Fogagnolo - MILANO
Prof. Aniello Agrosi - DISO
Giorgio Franco-PADOVA
*Prof. Bruna Fogagnolo - TORINO
Ing. Giovanni Bortolotti - BOLOGNA
*Liceo Scientifico "Galilei" - ALESSANDRIA
Lando Santoni - FUCECCHIO
Biblioteca Facoltà di Economia e Commercio - BARI
*Prof Carolina Nobile Fiore - NAPOLI
Maria Basile - ACQUAVIVA
*Franco Cervelin - FIRENZE
*Prof. Anna Dematteis - AVIGLIANA
*Ing. Duccio Rossetti - ROMA
*Prof. Adriana Pero Nullo - LUCIGNANO
Prof. Roberto Ingenito - SALERNO
Prof. Rocco Riccardi - BARI
Prof. Luigi Vocino - FOGGIA
*Casa Editr. Ghisetti & Corvi - MILANO
Prof. Nella Dodero - MILANO
Liceo Scientifico "Oberdan" - TRIESTE
*Ing. Antonino Di Stefano - ROMA
Marilena Fogli - TORINO
*Ing. Antonio Valle - MILANO
*Francesco Renier - BOLZANO
*Mario Valle - MILANO
Dott. Mario Bernardi - BRESCIA
Dott. Alba Dolci - CAGLIARI
Prof. Pietro Castaldo - CITTA' DI CASTELLO
Prof. Giuseppe Bertone - AVEZZANO
Domenico Ciola - TRENTO
*Prof. Mariano Bruni - COSENZA

(continua al prossimo numero)

ANGOLO ACUTO rivolge un vivo appello alle Autorità Scolastiche ed ai Dirigenti di Case Editrici e di Enti vari perchè vogliano inviarci premi da assegnare ai Giovani che avranno maggiormente impegnato le loro forze intellettuali nelle interessanti gare proposte nella PALESTRA e nelle varie rubriche.

L'ABBONAMENTO ad "A N G O L O A C U T O" rappresenta un atto di CONSENSO, di SIMPATIA, di INCORAGGIAMENTO e di SOLIDARIETA'.

ABBONATI! DIFFONDETE "ANGOLO ACUTO"

RICHIEDETECI COPIE DI SAGGIO PER I VOSTRI AMICI O INVIATECI I LORO INDIRIZZI ESATTI

A chi ci procurerà DIECI nuovi abbonati invieremo l'abbonamento gratuito.

Registrato presso il Tribunale di Firenze al n. 2051 in data 13 gennaio 1970.

Direttore responsabile : *Giuseppe Spinoso.*

Stampato dalla Tipolitografia "Gino Capponi", Via G. Capponi 27 - Firenze

---

P E R F A V O R E, N O N C E S T I N A T E

Se questo periodico non vi interessa, vi preghiamo di passarlo ad un Appassionato che voglia sottoscrivere l'abbonamento, oppure di respingere le copie ricevute al MITTENTE:

ANGOLO ACUTO
Via Cairoli, 78
50131 FIRENZE

Coloro che trattengono ANGOLO ACUTO sono pregati di inviarci con sollecitudine la loro quota di abbonamento per il 1970

Spedizione in abbonamento postale Gruppo IV