ANNO PRIMO OTTOBRE 1970

Angolo acuto

Palestra per i Giovani appassionati di Matematica

4

Pubblicazione mensile a cura di Giuseppe Spinoso
Via Cairoli 78 50131 FIRENZE

conto corrente postale
5/27919

Da questo numero "Angolo Acuto" diventa

MENSILE

Si pubblicherà in nove fascicoli, nei mesi di

gennaio, febbraio, marzo,
aprile, maggio, giugno
ottobre, novembre, dicembre

L'abbonamento è annuale e decorre da gennaio: i nuovi Abbonati hanno diritto a ricevere i fascicoli arretrati.

L'ABBONAMENTO rappresenta un atto

di CONSENSO
di SIMPATIA
di INCORAGGIAMENTO
di SOLIDARIETA'

CRIPTARITMETICA

OMAGGIO A ROMA

CAPITALE D'ITALIA

Ricostruire l'addizione:

```
  R O M A +
  C A P I +
  T A L E +
  1 8 7 0 =
 ---------
1 * 9 7 0
```

sapendo che $* = 6$;

$P < M < O < L < A$;

$R < C < I < E < T$.

Abbonamento annuale Lire 1000.
Abbonamento sostenitore da Lire 1500 a Lire 3000.
Un fascicolo separato Lire 150
Ogni appassionato invii la sua quota, secondo le sue possibilità,
affinchè ANGOLO ACUTO possa migliorare e aumentare il numero delle pagine.

LA PALESTRA DELLE GARE

AVVERTENZE IMPORTANTI PER I RISOLUTORI. Si raccomanda di usare fogli distinti per le singole risposte. Ciascuna risposta dovrà portare il cognome e il nome del risolutore e l'indirizzo esatto e completo del numero di codice postale. Gli studenti indichino anche la classe e l'Istituto frequentato nel corrente anno scolastico e l'età. Le risposte delle questioni proposte in questo fascicolo dovranno essere inviate ad:

ANGOLO ACUTO, Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE

entro il 30 Novembre 1970

Per ogni questione proposta saranno pubblicati i nomi di tutti i risolutori e le risposte migliori. Annualmente sarà compilata una graduatoria fra i Giovani che si saranno distinti per assiduità, esattezza ed ordine e saranno assegnati loro dei premi in libri.

QUESTIONI PROPOSTE

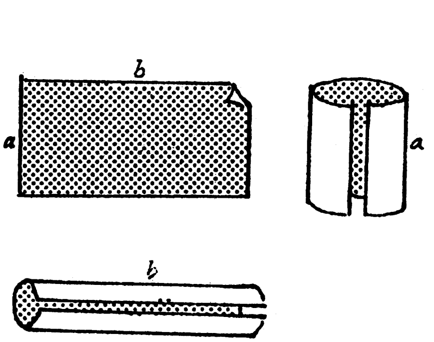
(Non sono poste in ordine di difficoltà)

40. Determinare il 6°, il 7° e l'8° termine della successione 2; 3; 5; 9; 17;....

41. Determinare l'ampiezza dell'angolo formato da una diagonale del cubo con il piano di una delle sue facce.

Francesco Criscione

42. Un rettangolo, di dimensioni a e b, può considerarsi come lo sviluppo della superficie laterale di due cilindri.



Determinare il rapporto fra i volumi dei due cilindri.

43. Determinare le coordinate dei punti comuni a tutte le iperboli della famiglia di equazione

$$y = \frac{x + 3m - 1}{(m+2)x + 4m} .$$

A. M.

44. Risolvere l'equazione :

$$\text{sen}\,(2x+30°) = \cos\,(3x-20°)$$

con

$$0° < x < 360° .$$

45. Dimostrare che la bisettrice di ogni angolo di un triangolo taglia la circonferenza circoscritta in un punto che è equidistante dagli estremi del lato opposto e dal centro della circonferenza inscritta nello stesso triangolo.

A.A.

RISOLUZIONI DELLE QUESTIONI PROPOSTE

MATURITA' MAGISTRALE 1969

Questione n. 15

Una piramide a base quadrata, che ha gli spigoli laterali uguali fra loro è retta. Per quale ragione?
Sapendo che i suoi spigoli laterali hanno la stessa lunghezza s del lato di base, se ne trovi l'altezza.
Se si sega la piramide con un piano parallelo alla base, si ottengono una piramide e un tronco di piramide.
Sapendo che il volume della piramide così ottenuta è $1/7$ di quello del tronco si trovino le altezze dei due solidi.
Considerato il cilindro retto che ha la stessa altezza del tronco ed una base inscritta nella base minore del tronco stesso se ne esprima il volume per mezzo di s.
Si determini s in modo che l'area della superficie totale del cilindro sia nel rapporto $1+\sqrt{2}$ con quella della sfera avente il raggio di mezzo metro.

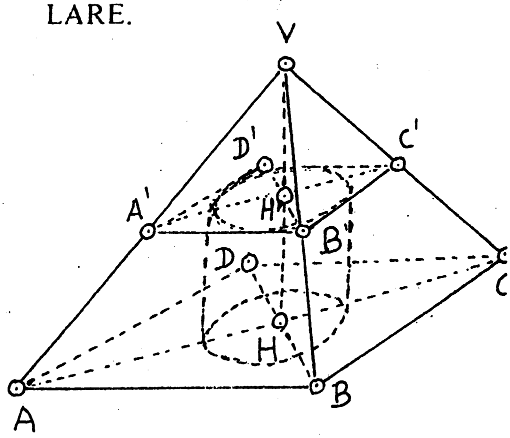
RISOLUZIONE
di F.Fogliotti di Ge-Sampierdarena.

I) Sia VABCD la piramide data. Poichè i quattro spigoli sono uguali, saranno uguali anche le loro proiezioni sul piano di base. La proiezione del vertice V sulla base risulta quindi equidistante dai vertici del quadrato e quindi deve coincidere con H centro del quadrato e del cerchio inscritto e punto d'intersezione delle diagonali. Si può quindi asserire che la piramide data è <u>retta</u> ed è anche <u>regolare</u>.

II) Poichè tutti gli spigoli sono uguali le facce sono triangoli equilateri. Il triangolo AVC risulta uguale al triangolo ABC ed è quindi isoscele e rettangolo in V.

Se ne deduce che $VH = HB = \frac{s\sqrt{2}}{2}$.

Trattasi di una piramide corrispondente al SEMI-OTTAEDRO REGOLARE.



III) Sia A'B'C'D' il quadrato ottenuto sezionando la piramide con un piano parallelo alla base.

Siano V_1, V_2 e V_3 rispettivamente il volume delle due piramidi VABCD, VA'B'C'D' e del tronco di piramide $(V_1 - V_2)$.

Per l'enunciato si ha:

$$V_2 : V_3 = 1 : 7 \; ;$$

da cui componendo si ha:

$$V_2 : (V_2 + V_3) = 1 : 8 \; ,$$

e tenendo conto che

$$V_2 + V_3 = V_1$$

segue:

$$V_2 : V_1 = 1 : 8 .$$

Inoltre si ha:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\overline{VH'}^3}{\overline{VH}^3}$$

Ne segue

$$\frac{\overline{VH'}}{\overline{VH}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$$

e cioè

$$\overline{VH'} = \frac{1}{2}\,\overline{VH} = \frac{s\sqrt{2}}{4}$$

* * *

Raggio del cilindro =

$$= \overline{VH'} : \sqrt{2} = \frac{s}{4}.$$

Volume del cilindro =

$$= \pi\left(\frac{s}{4}\right)^2 \cdot \frac{s\sqrt{2}}{4} = \frac{\pi s^3 \cdot \sqrt{2}}{64}.$$

Superficie totale del cilindro =

$$= 2\pi \frac{s}{4}\left(\frac{s\sqrt{2}}{4} + \frac{s}{4}\right) = \frac{\pi s^2}{8}(1+\sqrt{2}).$$

Ne segue infine l'equazione:

$$\frac{\pi \frac{s^2}{8}(1+\sqrt{2})}{\pi} = 1+\sqrt{2}$$

da cui semplificando e risolvendo:

$$s^2 = 8 \text{ (in } m^2\text{)} ; \quad s = 2\sqrt{2} \text{ (in m)}.$$

La RISOLUZIONE della QUESTIONE N. 16

(Maturità Scientifica 1969) sarà riportata nel fascicolo di marzo 1971.

Rinnovate l'abbonamento per il 1971

RISPONDERE in meno di 50 secondi

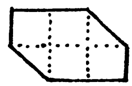
I) I numeri

$$(3\sqrt{11} + 7\sqrt{2}) \text{ e } (3\sqrt{11} - 7\sqrt{2})$$

sono RECIPROCI ?

* * *

II Dividere l'esagono qui disegnato in due parti che, riunite opportunamente, formino una croce.



RISPOSTE a pagina 5.

Questione N. 17

ENIGMA DI NUMERI

Quattro numeri sommati insieme, danno per risultato 54.
Se si aggiunge 2 al primo, si sottrae 2 dal secondo, si moltiplica per 2 il terzo e si divide per 2 il quarto, si ottiene sempre lo stesso risultato.

Quali sono i quattro numeri?

RISOLUZIONE

di Vittorio Ferrero - Sc. Media "G.Pascoli" - Torino.

Indico con x il numero che si ottiene aggiungendo 2 al primo numero, sottraendo 2 al secondo, moltiplicando per 2 il terzo e dividendo per 2 il quarto.
I quattro numeri si possono quindi indicare rispettivamente con

$$x-2, \quad x+2, \quad \frac{x}{2}, \quad 2x.$$

E poichè si sa che la loro somma è 54, ne segue l'equazione:

$$x-2 + x+2 + x/2 + 2x = 54,$$

da cui risolvendo:

$$x = 12$$

Perciò i quattro numeri cercati sono:

$$10, \quad 14, \quad 6 \quad e \quad 24.$$

Ottime le risposte inviate da:

Francesco Fogliotti (Genova-Sampierd.)
Francesco Andretta (Foggia)
Giorgio Franco (Padova)
Giuseppe Guarato (Valdagno)

Generalizzazione. Il prof. Lucio Gambelli di Firenze ci fa osservare la seguente proprietà:

Tutti i numeri della forma $(n+1)^2 \cdot m$ sono rappresentabili mediante una forma polinomiale di quattro termini, tali che
aggiungendo n al primo termine,
togliendo n al secondo,
moltiplicando per n il terzo,
dividendo per n il quarto,
si ottiene sempre, come unico risultato, il numero mn.

Infatti, indicando con

$$x, y, z, t$$

i quattro numeri, dovrà essere:

$$x+y+z+t = (n+1)^2 m$$

ed inoltre

$$x+n = mn \longrightarrow x = mn-n$$
$$y-n = mn \longrightarrow y = mn+n$$
$$z \cdot n = mn \longrightarrow z = m$$
$$t : n = mn \longrightarrow t = mn^2.$$

Sostituendo nella (1) questi valori si ha l'identità:

$$mn - n + mn + n + m + mn^2 = (n+1)^2 \cdot m.$$

Questione N. 18

Dovendo moltiplicare un numero per 70, Pierino lo ha moltiplicato per 7 ed ha dimenticato di aggiungere uno zero alla destra del prodotto ottenuto. Il suo risultato differisce da quello esatto di 16821.
Quel è il numero?

RISOLUZIONE
di Fernando Rossi - Lic. Cl. "Dante" di Firenze.

Se x è il numero richiesto: Pierino, anzichè eseguire il prodotto $70x$ ha eseguito il prodotto $7x$.
Per l'enunciato si ha l'equazione:

$$70x - 7x = 16821,$$

da cui risolvendo

$$x = 267.$$

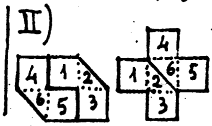
Altri risolutori delle questioni 18 e 19:

Vittorio Ferrero, Sc. Media "Pascoli" Torino.
Francesco Andretta - Foggia
Giorgio Franco - Padova
Aniello Agrosi - Diso e
Giuseppe Guarato - Valdagno.

RISPOSTE alle domande di pag.4

I) Sì, perchè il loro prodotto è uguale all'unità positiva

II)



Questione N. 19

Dovendo moltiplicare un numero per 206, Gastone non ha tenuto conto dello zero del moltiplicatore. Il suo risultato differisce da quello esatto di 24660.

Qual è il moltiplicando?

RISOLUZIONE
di Fernando Rossi - L. Cl. "Dante" di Firenze.

Sia x il numero richiesto.
Gastone, anzichè eseguire il prodotto $206\,x$, ha effettuato il prodotto $26\,x$.
Per l'enunciato si ha l'equazione:

$$206x - 26x = 24\,660.$$

da cui risolvendo:

$$x = 137.$$

Questione N. 20

Determinare un numero intero di tre cifre sapendo che la loro somma è 15, che la cifra delle unità è uguale a quella delle decine e che se si scambiano di posto la prima e la terza cifra il numero diminuisce di 594.

RISOLUZIONE
di Giuseppe Guarato di Valdagno

Indicando con x la cifra delle unità e delle decine e con y quella delle centinaia $(y > x)$, si ha il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 15 \\ 100y + 10x + x - (100x + 10x + y) = 594 \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} y + 2x = 15 \\ y - x = 6. \end{cases}$$

e infine $x = 3$, $y = 9$.

Il numero cercato è quindi 933.

Altri risolutori:

Francesco Fogliotti - Genova-Sampierd.
Francesco Andretta - Foggia
Giorgio Franco - Padova
Aniello Agrosi - Diso
Vittorio Ferrero - S. Media "Pascoli" - Torino.

Lo stud. Fernando Rossi del L. Cl. "Dante" di Firenze ci ha inviato la seguente

RISOLUZIONE
(in chiave CRIPTARITMETICA)

Si indichi con ABB il numero cercato. Prescindendo dalla condizione

$$A + B + B = 15 \qquad (1)$$

la questione si traduce nella seguente sottrazione criptaritmetica

$$\begin{array}{r} A\,B\,B\,- \\ \underline{B\,B\,A\,=} \\ 5\,9\,4 \end{array} \qquad \text{con } A > B.$$

Si possono avere i seguenti casi

$A = 7$ e $B = 1$;
$A = 8$ e $B = 2$;
$A = 9$ e $B = 3$;

ovvero

$$\begin{array}{r} 711- \\ \underline{117=} \\ 594 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 822- \\ \underline{228=} \\ 594 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 933- \\ \underline{339=} \\ 594 \end{array}$$

Solo per quest'ultima è verificata la relazione (1); sicchè il numero cercato è 933..

QUESTIONE N. 3

Ricostruire la scomposizione in fattori primi del numero F I A T.

F I A T	T
★ I □ ★	T
I △ ■	T
★ A ▲	★ T
★ T	★ T
1	

RISOLUZIONE
di Fernando Rossi del Liceo Classico "Dante" di Firenze

T. (numero primo di una cifra) potrebbe essere 2, 3, 5 o 7;

T. (cifra delle unità di un numero primo di due cifre) deve essere $T \neq 2$ e $T \neq 5$.

Se fosse T = 7 sarebbe

$$T^3 \times (★T)^2 > 10000$$

Quindi deve essere:

$T = 3$ e $★ = 1$ oppure $★ = 2$

Se fosse $★ = 2$ si avrebbe $3^3 \times 23^2 > 10000$

quindi deve essere $★ = 1$

e cioè FIAT $= 3^3 \times 13^2 = 4563$;

4563	3
1521	3
507	3
169	13
13	13
1	

ne segue

$F = 4$, $I = 5$, $A = 6$,

□ = 2, ■ = 7, △ = zero, ▲ = 9.

Ottime le risoluzioni inviate da Francesco Toninelli di Torino e dal Prof. Francesco Fogliotti di Genova-Sampierdarena.

"LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI NON SOLO SERVE A DARE UNA PROFONDA E RAZIONALE COGNIZIONE DELLA MATERIA, MA SERVE ANCHE AD ACUIRE L'INGEGNO E A DARGLI LA FACOLTA' DI PENETRARE L'INTIMA RAGIONE DI TUTTE LE COSE".

Cartesio

AMICI DI ANGOLO ACUTO (terzo elenco)

Hanno inviato quote sostenitrici:

Prof. Giampaolo Cecchetto - ROVIGO. Prof. Mario Serra - TORINO. Sig. Lamberto Bolognini - ANCONA. M° Giulio Mosca - TERAMO. Prof. Biagio Caltagirone - SUTERA (CL). Prof. Luigia Spilimbergo - ODERZO. Sig. Livio Menin - VICENZA. Prof. Rosetta Bignami - CREMONA. Prof. Tebaldo Liverani - FIRENZE. Prof. Osvaldo Soldà - BIELLA (VC). Sigg. Riccardo e Alessandro Fantechi - FIRENZE. Prof. Maria Madonini - MILANO.

Sig. Ciro Imperato - BARI. Prof. Costantini Cagnazzo - NAPOLI. Sig. Fernando Inaudi - FIRENZE. Scuola Media Statale "G.Tovini" - BRESCIA. Sig. Michele Cinque - POGGIOMARINO (NA). Sig. Michelangelo Micheca - REGGIO CALABRIA. Prof. Carlo Guiot - TRINO (VC). Sig. Alfredo Cerasi - FIRENZE. Prof. Vito Costantini - COSENZA. Sig. Carlo Piazza - TRINO (VC). Prof. Luisa Curti - REGGIO EMILIA. Sig. Maria Luisa Gnarfo - GENOVA. Prof. Donato Genco - NOCI (Bari). Dott. Giuseppe De Cecco - BENEVENTO. Prof. Adriana D'Amato - NAPOLI. Prof. Rosa Anna Buttafuoco - PALERMO. Dott. Paolo Siviglia - PALLANZA (NO). Sig. Anna Messini - PONTASSIEVE (FI).

Ringraziamo vivamente il Preside dell'Istituto Tecnico Commerciale "Salvemini" di MOLFETTA (Bari) che ci ha inviato L. 15 000 per 15 abbonamenti-premio, da assegnare ad altrettanti alunni del suo Istituto.

Vogliamo sperare che molti altri Presidi vogliano imitare il suo esempio.

Registrato presso il Tribunale di Firenze al n. 2051 in data 13 gennaio 1970.
Direttore responsabile: *Giuseppe Spinoso*

Stampato dalla Tipolitografia "Gino Capponi", Via G. Capponi 27 - Firenze.

PER FAVORE, NON CESTINATE

Se questo periodico non vi interessa, vi preghiamo di passarlo ad un appassionato che voglia sottoscrivere l'abbonamento, oppure di respingere le copie ricevute al MITTENTE:

ANGOLO ACUTO
Via Cairoli, 78
50131 FIRENZE

Spedizione in abbonamento postale Gruppo III - 70%

Coloro che trattengono ANGOLO ACUTO sono pregati di inviarci con sollecitudine la loro quota di abbonamento per il 1970