ANNO IV
1973

6
Novembre
Dicembre

L'Angolo acuto

Palestra per i Giovani appassionati di Matematica

Periodico bimestrale
a cura di Giuseppe Spinoso
Via Cairoli, 78 - 50131 FIRENZE

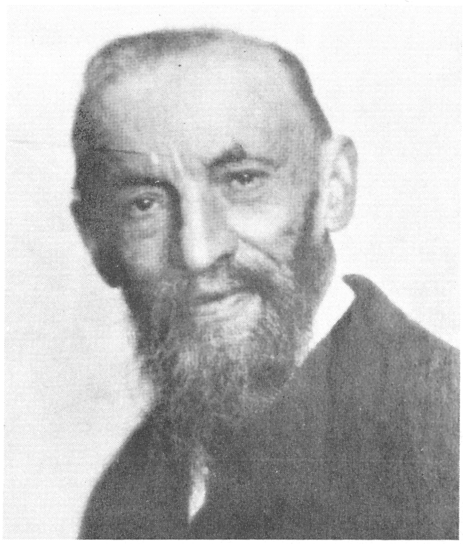
spedizione in abb. postale - gruppo IV
conto corrente postale 5/27919

Abbonamenti per il 1974

Studenti	L.	1600
Professori e Scuole	L.	2000
Sostenitori	L.	3000

L'abbonamento è annuale e decorre da gennaio.

Profilo di un illustre matematico e logico italiano moderno: GIUSEPPE PEANO



Giuseppe Peano nacque a Spinetta (Cuneo) il 27 agosto 1858 e morì a Torino la sera del 20 aprile 1932, al termine di una intensa giornata di lavoro. Il 16 luglio 1880 conseguí presso l'Università di Torino la laurea in matematica pura e subito dopo fu assistente di Enrico D'Ovidio prima e di Angelo Genocchi dopo. Ecco le tappe della sua carriera accademica: dicembre 1884 abilitazione alla libera docenza in Calcolo infinitesimale; 1886 professore stabile nell'Accademia di Artiglieria e Genio di Torino; 1890 professore di ruolo di Calcolo infinitesimale nell'Università di Torino. Fu membro residente dell'Accademia delle scienze di Torino; socio nazionale dell'Accademia dei Lincei; socio corrispondente di numerose accademie italiane e straniere; direttore e poi presidente dell'Accademia pro-interlingua. Ideò una lingua internazionale (Interlingua), basata sul *latino sine-flexione*.

Giuseppe Peano fu grande matematico e logico, nel campo didattico fu maestro insuperabile. Nei suoi scritti, che si contano a centinaia, nelle sue lezioni e nelle sue conferenze, si distinse per la semplicità, la chiarezza, la precisione, il rigore. Rifuggiva dalle inutili complicazioni, sdegnava le definizioni che dicono poco o nulla. La sua attività scientifica e didattica fu prodigiosa. Lavorò sempre con entusiasmo ed ardore giovanile, seppe trasmettere ai suoi allievi, che lo veneravano, la sua passione per la ricerca e la critica.

Sarebbe un compito quanto mai arduo parlare dei suoi lavori di matematica e di logica, basterà ricordare che si occupò di analisi, di meccanica, di teoria dei numeri, dei fondamenti dell'aritmetica e della geometria, di geometria elementare e superiore. Celebre è il suo « *Formulario Mathematico* » scritto interamente in latino sine-flexione e facendo uso di simboli e notazioni originali che oggi sono largamente diffusi.

A buon diritto si può ritenere un precursore della scuola matematica moderna conosciuta sotto il nome di Nicolas Bourbaki.

« *Il Peano ebbe intelletto acutissimo e l'istintivo bisogno di esprimere il pensiero più arduo nella forma più semplice e precisa* ». (Padoa)

GLI ASSIOMI DI PEANO

Ammesse come *primitive* le idee di « *numero naturale* » e di « *il successivo di un numero naturale* », gli *assiomi di Peano* si possono enunciare nel modo seguente:

1) *Zero è un numero naturale.*
2) *Ad ogni numero naturale x corrisponde un altro numero naturale unico che si dice il successivo di x e si indica con x^+.*
3) *Il successivo di un numero naturale non è mai zero.*
4) *Se due numeri naturali hanno lo stesso successivo, i due numeri sono uguali.*
5) *Sia A un sottoinsieme dell'insieme N_0 dei numeri naturali che contiene il numero zero; se A contiene il numero x, allora contiene pure il numero x^+ e per conseguenza contiene tutti i numeri naturali. Cioè A coincide con N_0.* (Legge di ricorrenza o Principio di induzione matematica).

* * *

Questi assiomi costituiscono il fondamento della teoria dei numeri naturali e, secondo Peano, le teorie dei numeri razionali, relativi, reali (e quindi complessi), si possono sviluppare con deduzioni essenzialmente logiche dalla teoria dei numeri naturali. In altri termini i cinque assiomi rappresentano il fondamento dell'intera Analisi Matematica.

Giuseppe Peano dedicò tutta la sua vita alla scienza e all'insegnamento. Amava dire che: « *La differenza fra noi e gli allievi affidati alle nostre cure sta solo in ciò, che noi abbiamo percorso un più lungo tratto della parabola della vita. Se gli allievi non capiscono, il torto è dell'insegnante che non sa spiegare* ».

Per comprendere a fondo la nobiltà e grandezza d'animo di Giuseppe Peano basta pensare che scrisse un trattato di Calcolo Infinitesimale, vero modello di perfezione, e lo pubblicò col nome del suo maestro Angelo Genocchi.

PIETRO CASTALDO

LA POSTA di "Angolo acuto"

ERRATA-CORRIGE

Ringraziamo vivamente la Dr. Ing. Anna Paola Benedetti di Bologna e il Prof. Guido Gatti di Cremona che ci hanno gentilmente comunicato una "inesattezza" apparsa in Angolo acuto n.3-1973 :« *L'amico di SRINIVASA RAMANUJAN* (1887-1920)» cui si fa riferimento nell'aneddoto di pag.12, IV-3, relativo alla speciale particolarità del numero *1729* - « *non era il matematico francese Claudio Hardy* (1598-1678), *ma il matematico inglese Godfrey Harold Hardy* (1877-1947).

Il Prof. Aniello Agrosi di Diso (Le) ci comunica che il numero 4104 è il minore dei numeri naturali maggiori di 1729 che si possono esprimere in due modi diversi come somma di due cubi. Infatti si ha

$$1 + 1728 = 1^3 + 12^3 = 1729 = 9^3 + 10^3 = 729 + 1000;$$
$$8 + 4096 = 2^3 + 16^3 = 4104 = 9^3 + 15^3 = 729 + 3375.$$

Il M° Giuseppe Guarato di Valdagno (Vi) ci scrive:
La quaterna di numeri naturali diversi da zero (a, b, c, d) tali che sia $a^3 + b^3 = c^3 + d^3$ (1) fornisce una soluzione del problema di esprimere un numero N, in due modi diversi, come somma di due cubi. Se vale la (1), allora anche la quaterna (am, bm, cm, dm), -m naturale $\neq 0$- fornisce una soluzione e definisce il numero $m^3 \cdot N$. Una soluzione formata da una quaterna di numeri non simultaneamente multipli di uno stesso numero dicesi *primitiva*. La soluzione minima NON PRIMITIVA e'

$$N_1 = 2^3 N = 8 \cdot N = 8 \cdot 1729 = 13832.$$

LA PALESTRA DELLE GARE

AVVERTENZE IMPORTANTI PER I SOLUTORI. Si raccomanda di usare fogli distinti per le singole risposte. Ciascuna risposta dovrà portare il cognome e il nome del risolutore e l'indirizzo esatto e completo del numero di codice postale. Gli studenti indichino anche la classe e l'Istituto frequentato nel corrente anno scolastico e l'età. Le risposte delle questioni proposte in questo fascicolo dovranno essere inviate ad

ANGOLO ACUTO, Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE

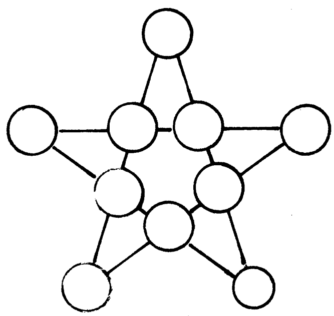
entro il 15 gennaio 1974.

Per ogni questione proposta saranno pubblicati i nomi di tutti i risolutori e le risposte migliori. Annualmente sarà compilata una graduatoria fra i Giovani che si saranno distinti per assiduità, esattezza ed ordine e saranno assegnati loro dei premi in libri.

QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 144

Porre nei cerchietti di questa STELLA MAGICA 10 numeri naturali in modo che risulti COSTANTE E MINIMA la somma dei numeri posti in ciascuna delle cinque quaterne di cerchietti i cui centri sono allineati.



QUESTIONE 145

MATHESIS - sez. di Messina
GARA MATEMATICA 1973.

Due traghetti partono nello stesso istante dalle rive opposte di un fiume che attraversano secondo rotte perpendicalari alle sponde. Ciascun traghetto viaggia a velocità costante ma uno a velocità maggiore dell'altro. Essi si incrociano in un punto a 720 metri dalla sponda più vicina. Entrambi i traghetti si fermano all'ormeggio per 10 minuti, prima di ripartire. Al ritorno si incrociano nuovamente a 100 metri dalla seconda sponda. Quanto è largo il fiume ?

QUESTIONE 146 Maturità Scientifica 1973 - I Quesito.

Si scrivano le equazioni delle due circonferenze C' e C'' tangenti alla parabola di equazione $y = 5 - x^2$ e alla retta di equazione $y = 1$ e si indichino con r' e r'' (r'>r'') i rispettivi raggi.

Dopo aver determinato r' e r'' si scriva l'equazione di una altra circonferenza C''', avente il centro sulla retta degli altri due centri e raggio uguale a r'. Inoltre si trovi l'equazione della parabola tangente a C'' e a C''' e si calcoli l'area della regione del piano limitata dalle due parabole.

NOTA. Evidentemente il quesito proposto dal Ministero risulta NON RISOLVIBILE perchè non è stata indicata una condizione essenziale per poter determinare C' e C''. Riteniamo che tale condizione sia la seguente:

Le circonterenze C' e C'' sono tangenti esternamente nel punto (0,1) ed hanno i centri sull'asse della parabola, cioè sull'asse della y. Con questa presisazione è possibile risolvere anche la seconda parte del quesito: perciò lo proponiamo agli Angolisti.

QUESTIONE 147 Maturità Scientifica 1973 - II Quesito.

Si disegni il grafico della funzione $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ e se ne determinino i punti per i quali la distanza dal punto A(0;1) assume valore minimo.

QUESTIONE 148 Maturità Scientifica 1973 - III Quesito.

Si studi la variazione della funzione $y = 3\cos 2x - 4\cos x$ nell' intervallo $0 \leq x \leq 2\pi$.

QUESTIONE 149 Maturità Scientifica 1973 - IV Quesito

Si studi la funzione $y = \frac{1+x^3}{x^3}$ e se ne disegni il grafico.

Si scriva poi l'equazione della tangente nel suo punto A di ordinata nulla e quella della retta passante per lo stesso punto e tangente alla curva in un ulteriore punto B. ./.

Detta C l'intersezione della prima tangente con il grafico si calcoli l'area della regione piana limitata dal segmento BC e dal grafico stesso.

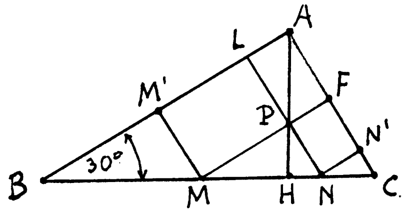
QUESTIONE 150 — UN CUBO di CUBI

Dentro una scatola cubica di 49 cm di lato (interno) sono sistemati dei cubetti rispettivamente di 3 cm, 5 cm e 7 cm di spigolo. Il numero totale di tali cubetti è 659 e gli stessi cubetti sono sistemati nella scatola in modo che non vi siano interstizi nè tra loro nè con le pareti della scatola. Determinare il numero dei cubetti di ciascun tipo e determinare il modo in cui possono essere sistemati nella scatola.

Bruno Giordano - (RC)

RISOLUZIONI DELLE QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 115. Il triangolo rettangolo ABC, di ipotenusa $\overline{BC} = 4a$, ha l'angolo in B di 30°. Si consideri un punto P sull'altezza AH relativa all'ipotenusa; siano rispettivamente M ed N le intersezioni con l'ipotenusa BC delle parallele condotte da P ai lati AB e AC; siano inoltre: M' la proiezione di M su AB ed N' la proiezione di N su AC.



Determinare la posizione di P ($\overline{AP} = 2x$) in modo che sia verificata la seguente relazione:

$$\frac{\overline{AM'}\cdot\overline{AN'} + \overline{PM}\cdot\overline{PN}}{\overline{MM'}\cdot\overline{NN'}} = \frac{19}{3} \qquad (1)$$

RISOLUZIONE
di Gaetano D'Ambrosio del Lic. Scient. di Bisceglie (Bari)
(PREMIO L. 1500)

Condotte da P le perpendicolari PL e PF ad AB e AC rispettivamente si ha: $\overline{PH} = \overline{AH} - \overline{AP} = a\sqrt{3} - 2x$;

$\overline{MP} = 2\,\overline{PH} = 2(a\sqrt{3} - 2x)$; $\quad \overline{PN} = \frac{2}{\sqrt{3}}\overline{PH} = \frac{2(a\sqrt{3}-2x)}{\sqrt{3}}$;

$$\overline{AM'} = \overline{AL} + \overline{LM'} = \frac{1}{2}\overline{AP} + \overline{MP} = 2a\sqrt{3} - 3x;$$

$$\overline{AN'} = \overline{AF} + \overline{FN'} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AP} + \overline{PN} = \dots = \frac{2a\sqrt{3} - 2x}{\sqrt{3}}.$$

Sostituendo i valori trovati nella relazione (1) si ha:

$$\frac{(2a\sqrt{3}-3x)\frac{2a\sqrt{3}-x}{\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{3}}(a\sqrt{3}-2x)^2}{x\cdot x\sqrt{3}}=\frac{19}{3}$$

Eseguendo le operazioni, riducendo e risolvendo si ha

$$x=\frac{a\sqrt{3}}{3} \qquad \text{e} \qquad \overline{AP}=2x=\frac{2\sqrt{3}}{3}a.$$

Pertanto il punto P dell'altezza è a $\frac{2}{3}$ di essa dal vertice A.

Nota. Lo stesso G. D'Ambrosio ha effettuato un interessante studio generalizzando la questione (ponendo K al posto di $\frac{19}{3}$). Si perviene così all'equazione

$$(19-3k)x^2-24a\sqrt{3}x+24a^2=0$$

da discutere nelle limitazioni $0\leq x\leq \sqrt{3}a/2$.

Il secondo premio di £. 1200 è stato assegnato all'Angolista Claudio Buso del Liceo Scientifico "I. Niero" di Padova.

QUESTIONE 116

L'equazione

$$(a+b-4)X^2-(a+b-2)X+2a-3b+2=0 \qquad (1)$$

ha per soluzioni gli *antireciproci* (inversi degli opposti) delle soluzioni dell'equazione

$$2X^2+3X+1=0 . \qquad (2)$$

Determinare i valori dei parametri a e b senza risolvere le due equazioni.

RISOLUZIONE

di Alessandro Caterino del L. Sc. di Manfredonia (Fg)

- PREMIO L. 1500 -

Si può dimostrare che due equazioni di 2° grado che abbiano il 1° e il 3° coefficiente scambiati di posto e il secondo coefficiente cambiato di segno hanno le soluzioni antireciproche. Cioè:
se l'equazione $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ ha per radici x_1 e x_2,
l'equazione $\gamma x^2+\beta x+\alpha=0$ ha per radici $\frac{1}{x_1}$ e $\frac{1}{x_2}$ e

e l'equazione $\gamma x^2 - \beta x + \alpha = 0$ ha per radici $-\frac{1}{x_1}$ e $-\frac{1}{x_2}$.
Quindi nel caso nostro se l'equazione
$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ si identifica con l'equazione $2x^2+3x+1=0$,
l'equazione letterale (1) si deve identificare con $x^2-3x+2=0$.
Ne segue la catena di rapporti

$$\frac{a+b-4}{1} = \frac{a+b-2}{3} = \frac{2a-3b+2}{2};$$

da cui il sistema

$$(3)\begin{cases} \dfrac{a+b-4}{1} = \dfrac{a+b-2}{3} \\[2mm] \dfrac{a+b-4}{1} = \dfrac{2a-3b+2}{2} \end{cases}$$

E risolvendo si ha
$a=3$, $b=2$.

RISOLUZIONE di Francesco Cagnolati del L. Sc. "Spallanzani" di Reggio Emilia - PREMIO L. 1200.

Dette x_1 e x_2 le radici dell'equazione (1) e tenendo conto delle relazioni che esistono fra le radici e i coefficienti di una equazione di 2° grado, dalla equazione (2) si ha: $-\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = -\frac{3}{2}$, $\left(-\frac{1}{x_1}\right)\cdot\left(-\frac{1}{x_2}\right) = \frac{1}{2}$,

ossia $x_1 \cdot x_2 = 2$ e $x_1 + x_2 = 3$.

Ne segue il sistema

$$\begin{cases} \dfrac{2a-3b+2}{a+b-4} = 2 \\[2mm] \dfrac{a+b-2}{a+b-4} = 3. \end{cases}$$

(che non differisce dal sistema (3) della risoluzione precedente)

Dalla (1) si ha subito $b=2$
e quindi la (2) fornisce, $a=3$.

QUESTIONE 117

Scomporre in quattro fattori l'espressione

$$x^3(y-z) + y^3(z-x) + z^3(x-y). \quad (1)$$

RISOLUZIONE
di Guido Mosca di Teramo e di Assunta Bonanno del L. Sc. "G. Scorza" di Cosenza (IL PREMIO di L. 1500 è stato assegnato a Bonanno).

Operando come segue

$$\left.\begin{aligned}
&x^3(y-z) + y^3(z-x) + z^3(x-y) = \\
&= (y-z)\,x^3 + y^3z - y^3x + z^3x - z^3y = \\
&= (y-z)\,x^3 - (y^3-z^3)\,x + yz(y^2-z^2) = \\
&= (y-z)\left[x^3 - (y^2+yz+z^2)x + yz(y+z)\right]
\end{aligned}\right\}\star$$

si determina un primo fattore $(y-z)$.
Si osserva ora che il fattore in parentesi quadra si annulla per $x=y$ e per $x=z$ e quindi ha per divisori i binomi $x-y$ e $x-z$ i quali, come tali, sono quindi fattori della (1).
Ora, mediante successive applicazioni della regola di RUFFINI si trovano i coefficienti del quarto fattore:

	1	0	$-y^2-yz-z^2$	y^2z+yz^2
y		y	y^2	$-y^2z-yz^2$
	1	y	$-yz-z^2$	// //
z		z	$+yz+z^2$	
	1	$y+z$	// //	

Il 4° fattore è $(x+(y+z))$. L'identità prevista dalla questione è quindi $x^3(y-z)+y^3(z-x)+z^3(x-y)=(y-z)\,x-z)(x-y)(x+y+z)$.

RISOLUZIONE di Lucia D'Ambrosio della Scuola Media "Battisti" di Bisceglie (Ba) - PREMIO L. 1200.

Dopo i primi passaggi $\{\star\}$ della risoluzione precedente si continua nel modo seguente:

$$\begin{aligned}
\cdots &= (y-z)\left[x^3 - xy^2 - xyz - xz^2 + y^2z + yz^2\right] = \\
&= (y-z)\left[x(x^2-y^2) - yz(x-y) - z^2(x-y)\right] = \\
&= (y-z)(x-y)\left[x^2+xy-yz-z^2\right] = \\
&= (y-z)(x-y)\left[(x^2-z^2)(x+z)+y(x-z)\right] = \\
&= (y-z)(x-y)(x-z)(x+z+y).
\end{aligned}$$

QUESTIONE 118

Determinare 3 numeri interi diversi, di due cifre diverse AB, CD, EF. tali che, sommandoli a due a due, si ottenga il numero ottenuto scambiando di posto le cifre del rimanente numero; cioè in modo che siano verificate le seguenti ADDIZIONI CRIPTARITMETICHE:

$$\begin{array}{r} AB\,+ \\ CD = \\ \hline FE \end{array} \qquad \begin{array}{r} CD\,+ \\ EF = \\ \hline BA \end{array} \qquad \begin{array}{r} EF\,+ \\ AB = \\ \hline DC\,. \end{array}$$

RISOLUZIONE

tratta dalle risposte di Giuseppe Guarato di VALDAGNO, *Francesco Fogliotti di* GENOVA-SAMPIERD, *di Gianni Dal Maso e Leonardo Felician del L.Cl. "Dante" di* TRIESTE, *FURIO HONSELL del L.Sc. "Galilei" di* TRIESTE. (premi: L.Felician L.1500; F.Honsell L.1200).

La prima condizione è che nessuna lettera può essere rappresentata dallo ZERO. Le tre addizioni criptaritmetiche danno luogo alle tre equazioni:

$$(1) \qquad \begin{cases} 10(A+C)+B+D = 10F+E \\ 10(C+E)+D+F = 10B+A \\ 10(E+A)+F+B = 10D+C \end{cases}$$

Sommando membro a membro le (1) si ha:

$$(2) \qquad 19(A+C+E) = 8(B+D+F)$$

E poichè

$$B+D+F \leq 24 = (9+8+7)$$

si deduce dalla (2) che deve essere

$$(3) \qquad B+D+F = 19 \quad e \quad A+C+E = 8$$

Confrontando le (3) con ciascuna delle (1) si ha:

$$(4) \qquad E+F=9\,; \quad A+B=9\,; \quad C+D=9\,.$$

Tenendo conto della (3) si deducono le due tripartizioni di 8: $1+2+5=8$ e $1+3+4=8$.

Si ha quindi

$$A=1;\ C=2;\ E=5 \qquad oppure \qquad A=1;\ C=3;\ E=4\,.$$

E per le (4)

$$B=8;\ D=7;\ F=4 \qquad | \qquad B=8;\ C=6;\ E=5\,.$$

Le terne di numeri 18, 27, 54 ; 18, 36, 45 sono le soluzioni della questione.

Si ha infatti

$$\begin{array}{r} 18+ \\ 27= \\ \hline 45 \end{array} \quad \begin{array}{r} 27+ \\ 54= \\ \hline 81 \end{array} \quad \begin{array}{r} 54+ \\ 18= \\ \hline 72 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18+ \\ 36= \\ \hline 54 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36+ \\ 45= \\ \hline 81 \end{array} \quad \begin{array}{r} 45+ \\ 18 \\ \hline 63 \end{array} .$$

OSSERVAZIONE 1. - Per ciascuna soluzione, i valori trovati sono intercambiabili; si può quindi affermare che le soluzioni del problema non sono due soltanto, bensì dodici:

AB	CD	EF
18	36	45
18	45	36
36	18	45
36	45	18
45	18	36
45	36	18

AB	CD	EF
18	27	54
18	54	27
27	18	54
27	54	18
54	18	27
54	27	18

OSSERVAZIONE 2.

Se poi non si voglia escludere che una lettera possa essere ZERO, dalla seconda delle (3): $A+C+E=8$ si possono dedurre altre tre tripartizioni di 8:

$0+1+7=8$; | $0+2+6=8$; | $0+3+5=8$,

$\Rightarrow$ $A=0$; $C=1$; $D=7$; | $A=0$; $C=2$; $D=6$; | $A=0$; $C=3$; $D=5$.

Ne seguono le tre soluzioni:

AB	CD	EF
09	18	72
09	27	63
09	36	54

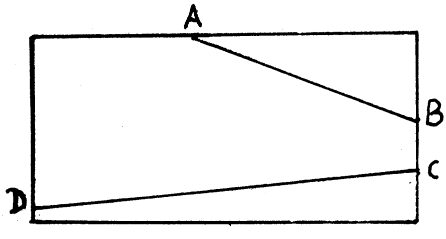
ESEMPIO

$$\begin{array}{r} 09+ \\ 18= \\ \hline 27 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18+ \\ 72= \\ \hline 90 \end{array} \quad \begin{array}{r} 72+ \\ 09= \\ \hline 81 \end{array}$$

che con i possibili interscambi forniscono complessivamente diciotto soluzioni.

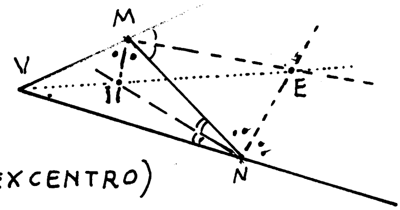
QUESTIONE 119

Due rette AB e CD si incontrano fuori del foglio.
Determinare la bisettrice della coppia di angoli acuti formati dalle due rette, mediante costruzioni eseguite sul foglio stesso.

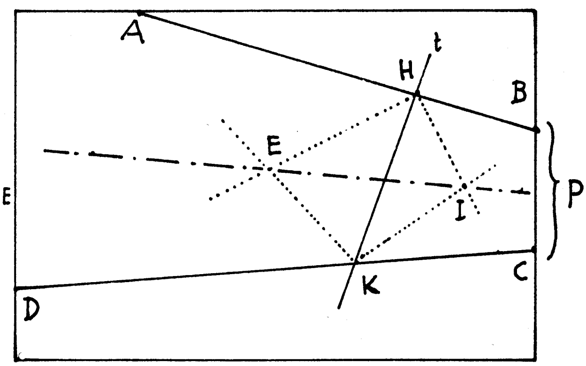


RISOLUZIONE
di Lorenzo Felician della Sc. Media "M. DE TOMMASINI" di TRIESTE
di Riccardo Conti del L. Sc. "L. Spallanzani" di REGGIO EMILIA
e di Sandro Pasciuto del "XIV" Liceo Scient. di ROMA

PREMESSA. E' noto che le bisettrici di un triangolo qualsiasi MNV passano per uno stesso punto I (INCENTRO).
E' noto anche che la bisettrice di uno degli angoli interni (per esempio VI) e le bisettrici degli altri due angoli esterni passano per uno stesso punto E (EXCENTRO)



COSTRUZIONE. Sia P l'intersezione inaccessibile delle rette AB e CD, e siano H e K i punti di intersezione t rispettivamente con i lati AB e CD. Tracciate le bisettrici delle coppie di angoli BHK ed HKC, AHK ed HKD, siano I ed E i loro punti di intersezione.
La retta IE e' la bisettrice richiesta.
DIMOSTRAZIONE. Infatti i punti I ed E sono rispettivamente l'INCENTRO e l'EXCENTRO (opposto al vertice P) del triangolo HKP, sono allineati con P e determinano la bisettrice richiesta.



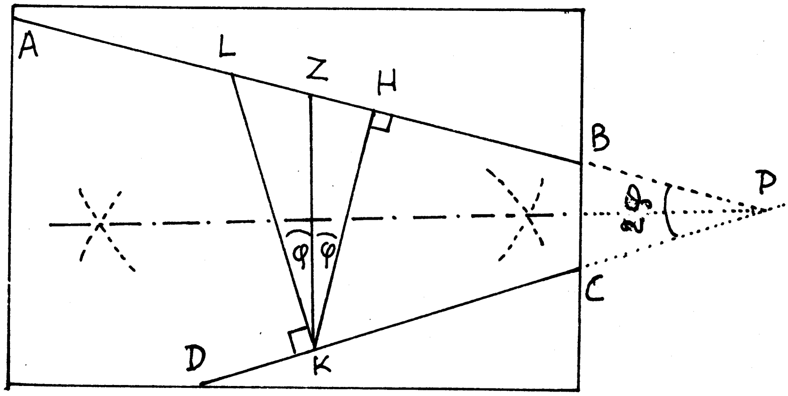
RISOLUZIONE di Paolo Viola del L. Cl. "Dante" di TRIESTE

Prendo un punto H su AB (v. fig. a pag. 13). Conduco per H la perpendicolare ad AB, e sia K la sua intersezione con CD. Per K traccio la perpendicolare a CD e sia L la sua intersezione con AB.
L'angolo HKL è uguale all'angolo acuto APD ($P \equiv AB \cap CD$): infatti i lati dell'uno sono perpendicolari ai lati dell'altro.

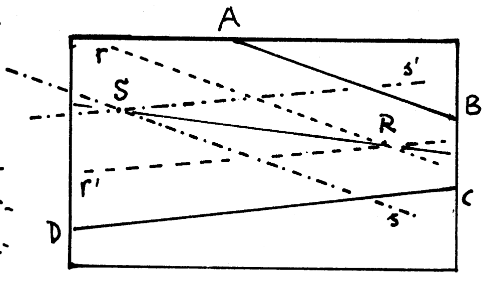
Traccio ora la bisettrice dell'angolo HKL ; questa incontra AB nel punto Z . Risulta: Posto $H\hat{K}L = A\hat{P}D = 2\varphi$

$$B\hat{Z}K = B\hat{H}K - H\hat{K}Z = 90° - \varphi ;$$
$$C\hat{K}Z = C\hat{H}L - Z\hat{K}L = 90° - \varphi .$$

Ne segue che il triangolo KZP è isoscele ; quindi l'asse di KZ è la bisettrice cercata.

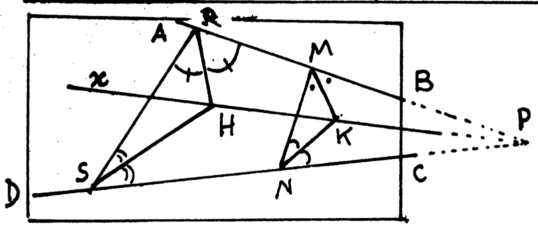


RISOLUZIONE
di Giuseppe Guarato di VALDAGNO, di Gaetano D'Ambrosio del L. Sc. di BISCEGLIE, di Sonia Zilio del L. Cl. di Padova, di Paolo Civitelli del L. Cl. di COSENZA, di Aniello Agrosi di Diso e di Alfonso La Paglia di BIELLA.



E' noto che la bisettrice di un angolo è il luogo geometrico dei punti equidistanti dai lati dell'angolo. Basterà quindi condurre sul foglio due coppie di rette r, r' e s, s' parallele ai lati AB e CD rispettivamente ed equidistanti da queste e, naturalmente, incontrantisi nei punti $R = r \cap r'$, $S = s \cap s'$ del foglio. Evidentemente la RS è la bisettrice cercata.

RISOLUZIONE
di Alfonso La Paglia di BIELLA e di Giuseppe Coppini del L. Sc. "N. Copernico" di PRATO.

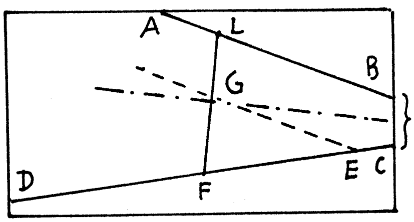


La bisettrice x è individuata dagli incentri H e K dei triangoli MNP ed RSP.

RISOLUZIONE

di Roberto Imperato del III L. Scient. di BARI e di Alfonso La Paglia di BIELLA

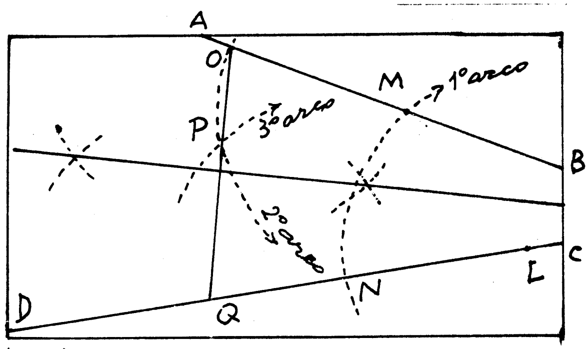
Per un punto E di CD si conduca la retta parallela ad AB e su questa e su CD si determinino i punti G ed F, tali che sia EF = EG.



Si prolunghi il segmento FG fino ad intersecare AB in L. L'asse di FL è la bisettrice richiesta: infatti il triangolo FLP risulta isoscele sulla base FL.

Ci è pervenuta anche una costruzione inviata da *Vania Giordano della Sc. Media "SPANÒ BOLANI" di REGGIO CAL.*

Con opportuna apertura di compasso, centro in un punto L di CD, traccio un 1º arco di circonferenza che interseca AB in un punto M e CD in un punto N. Con uguale apertura di compasso traccio con centro in M un 2º arco che interseca AB in un punto O, e ancora con la stessa apertura di compasso traccio, centro in N, un 3º arco che interseca il secondo arco nel punto P. La retta passante per O e per P interseca CD nel punto Q. L'asse del segmento OQ è la bisettrice cercata.



Nota - La dimostrazione della validità della sopra indicata costruzione è implicita nella RISOLUZIONE precedente: Infatti il quadrilatero LMPN risulta un ROMBO e quindi MP è parallela a CD. Inoltre $\overline{MP} = \overline{MO}$.

INTERMEDIARIO

Domanda 3.

Si chiede l'indicazione di un metodo per la determinazione di due triangoli rettangoli pitagorici (cioè con i lati espressi da numeri naturali) aventi area uguale.

Esempio: 49, 1200, 1201; 210, 280, 350; area 29400.

GUIDO GATTI

TEMA DI MATEMATICA
Maturità Scientifica 1973
SESSIONE SUPPLETIVA

Poichè non siamo riusciti a venire a conoscenza dell'enunciato del suddetto tema, preghiamo vivamente, a nome degli Angolisti, quegli eventuali Lettori che ne siano a conoscenza, di volercelo comunicare con cortese urgenza. Grazie.

Angolo acuto.

RISOLUTORI delle questioni	115	116	117	118	119
BUSO CLAUDIO - L.SC. "NIEVO" PADOVA	*	*	*	*	*
D'AMBROSIO GAETANO - L.SC. "L.DAVINCI" BISCEGLIE	*	*	*	*	*
FELICIAN LEONARDO - L.CL. "DANTE" TRIESTE	*	*	*	*	*
FOGLIOTTI FRANCESCO - GENOVA-SAMPIERDARENA	*	*	*	*	*
GUARATO GIUSEPPE - VALDAGNO	*	*	*	*	*
JANNELLI ENRICO - L.SC. "FERMI" BARI	*	*	*	*	*
DAL MASO GIANNI - L.CL. "DANTE" TRIESTE	*	*	*	*	
FRIGERIO EMMA - MILANO	*	*	*	*	
ZILIO SONIA - L.CL. "T. LIVIO" PADOVA	*	*		*	*
CATERINO ALESSANDRO - L.SC. MANFREDONIA	*	*	*		
CONTI DORA - L.SC. "COPERNICO" PRATO	*	*	*		
D'AMBROSIO LUCIA - SC.MEDIA - BISCEGLIE	*	*	*		
HONSELL FURIO - L.SC. "GALILEI" TRIESTE			*	*	*
LA PAGLIA ALFONSO - BIELLA		*		*	*
ROSELLI WALTER - L.SC. "PALEOCAPA" ROVIGO	*	*	*		
PERELLI ALBERTO - GENOVA		*	*	*	
AGROSI ANIELLO - DISO				*	*
BONANNO ASSUNTA - L.SC. "SCORZA" COSENZA			*	*	
CAGNOLATI FRANCESCO - L.SC. REGGIO EMILIA		*	*		
LUCARDESI PAOLO - L.SC. "LUSSANA" BERGAMO	*	*			
MOSCA GIULIO - TERAMO		*	*		
PELLINI ROBERTA - L.CL. "MANARA" ROMA		*		*	
BATIC ANNA MARIA - L.SC. SLOVENO - TRIESTE	*				
CIVITELLI PAOLO - L.SC. "SCORZA" COSENZA					*
CONTI RICCARDO - L.SC. "SPALLANZANI" REGGIO EM.					*
LANDINI MAURIZIA - L.SC. "SPALLANZANI" REGGIO EM.		*			
SILVESTRI LUIGI - L.SC. "SPALLANZANI" REGGIO EM.			*		
COPPINI GIUSEPPE - L.SC. "COPERNICO" PRATO					*
GRECO PANTALEO - L.SC. "COPERNICO" PRATO					*
FELICIAN LORENZO - SC.MEDIA - TRIESTE					*
GIORDANO ANGELA VANIA - SC.MEDIA - REGGIO CAL.					*
VIOLA PAOLO - L.CL. "DANTE" TRIESTE					*
IMPERATO ROBERTO - L.SC. "III" BARI					*
PASCIUTO SANDRO - L.SC. "XIV" ROMA					*
GALLUCCI STEFANIO - IST. PROF. ALIMENTAZIONE - ROMA	*				*

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE GRUPPO IV

QUESTO FASCICOLO CONTIENE L'ENUNCIATO DEL TEMA DI MATEMATICA DELLA MATURITA' SCIENTIFICA 1973

Coloro che trattengono ANGOLO ACUTO sono pregati di inviare con sollecitudine la loro quota di abbonamento

PER FAVORE NON CESTINATE

Se questo periodico non vi interessa, vi preghiamo di rispedire al mittente le copie ricevute, in busta affrancata come stampe.
ANGOLO ACUTO - Via Cairoli, 78 - 50131 FIRENZE

ANGOLISTI, se volete che ANGOLO ACUTO continui la sua fatica migliorandosi, dovete aiutarci a diffonderlo sempre più.

I GENITORI sottoscrivano un abbonamento a favore dei propri figli appassionati di Matematica.

LE CASSE SCOLASTICHE degli Istituti Tecnici e Professionali, dei Licei Classici, Scientifici e Magistrali e delle Scuole Medie assegnino un abbonamento premio agli Alunni che hanno conseguito 8 o 7 in Matematica.

Registrato presso il Tribunale di Firenze al n. 2051 in data 13 gennaio 1970
Direttore responsabile: *Giuseppe Spinoso*
Stampato dalla Kappaesse - Firenze

Associato all'USPI
Unione Stampa Periodica Italiana