L'Angolo acuto

Palestra per i Giovani appassionati di Matematica

ANNO VI - 1975

1 - 2

GENNAIO - - FEBBRAIO

Periodico mensile
a cura di Giuseppe Spinoso
Via Cairoli, 78 - 50131 FIRENZE

conto corrente postale 5/27919

telefono 588.429

ABBONAMENTI PER IL 1975

Studenti	L. 1800
Professori e Scuole	L. 2200
Sostenitori	L. 3000
Annate arretrare	L. 1800

L'abbonamento è annuale e decorre da gennaio.

IL CALENDARIO ... PERPETUO
alla portata degli ALUNNI della SCUOLA MEDIA.

Se vi domandano: « Che giorno era, ad esempio, il giorno 12 novembre 1911 ? - Era lunedì, era martedì o era ... domenica ? ». Servendovi di una formula molto semplice potrete dare rapidamente una risposta esatta.

Indicando con g il giorno, con m il mese, con A l'anno della data in esame e considerando la sola *parte intera* dei quozienti posti in parentesi quadra, si ponga

$$S = g + 2m + \left[\frac{3(m+1)}{5}\right] + A + \left[\frac{A}{4}\right],$$

$$R = \left[\frac{A}{100}\right] - \left[\frac{A}{400}\right] - 2, \text{ e } \quad G = \text{resto di } (S-R):7.$$

G	GIORNO
0	SABATO
1	DOMENICA
2	LUNEDI'
3	MARTEDI'
4	MERCOLEDI'
5	GIOVEDI'
6	VENERDI'

La risposta si deduce subito dalla tabella qui riportata.

La formula è stata pubblicata dal matematico *Zeller* negli *Acta Mathematica* di Stoccolma nel 1887, senza indicarne l'autore.

Il calcolo non presenta difficoltà. Nè occorre tener presente se il mese ha 28 giorni, o 30 o 31, nè se l'anno è bisestile o no.

Allora avevamo detto: 12 novembre 1911. Si ha:

Allora avevamo detto: 12 novembre 1911. Si ha:

$$\left.\begin{array}{lr} g & = 12 \\ 2m & = 22 \\ \left[3\cdot\frac{m+1}{5}\right]=\left[3\frac{11+1}{5}\right] & = 7 \\ A & = 1911 \\ \left[\frac{A}{4}\right]=\left[\frac{1911}{4}\right] & = 477 \\ \hline S & = 2429 \end{array}\right\}$$

Inoltre

$$R=\left[\frac{1911}{100}\right]-\left[\frac{1911}{400}\right]-2=$$

$$= 19-4-2=13.$$

Quindi $G = \text{resto}\left(\frac{2429-13}{7}\right) =$

$= 1 \rightarrow$ <u>*domenica*</u>

Occorre però tener presente che i mesi di GENNAIO e di FEBBRAIO vanno considerati rispettivamente come 13° e 14° mese dell'anno precedente. Perciò se vogliamo verificare che, calendario alla mano, il 14 gennaio 1975 era martedì dobbiamo considerarlo come 14° giorno del 13° mese del 1974.

Si ha:

$$\left.\begin{array}{lr} g & = 14 \\ 2m & = 26 \\ \left[3\cdot\frac{m+1}{5}\right]=\left[\frac{42}{5}\right] & = 8 \\ A & = 1974 \\ \left[\frac{A}{4}\right]=\left[\frac{1974}{4}\right] & = 493 \\ \hline S & = 2515 \end{array}\right\}$$

$$R=\left[\frac{1974}{100}\right]-\left[\frac{1974}{400}\right]-2=$$

$$= 19-4-2 = 13;$$

$$G = \text{resto}\left(\frac{2515-13}{7}\right) =$$

$= 3 \rightarrow$ *martedì*.

Ricordiamo che il calendario giuliano va dal 1° gennaio 45° a.C. al 4 ottobre 1582 (giovedì). I 10 giorni dal 5 al 14 ottobre 1582 furono soppressi per ordine di Papa Gregorio XIII con la Bolla INTER GRAVISSIMAS del 24 febbraio 1582 (Vedi ANGOLO ACUTO fascicolo 1-1974 pagina 23). Il calendario gregoriano ha inizio quindi il 15 ottobre 1582.

E per finire una domandina a ciascuno degli Angolisti: «*Il giorno in cui sei nato era lunedì, era martedì... o era domenica?*»

LA PALESTRA DELLE GARE

AVVERTENZE IMPORTANTI PER I RISOLUTORI *Si raccomanda di usare fogli distinti per le singole risposte. Ciascuna risposta dovrà portare il cognome e il nome del risolutore e l'indirizzo esatto e completo del numero di codice postale. Gli studenti indichino anche la classe e l'Istituto frequentato nel corrente anno scolastico e l'età. Le risposte delle questioni proposte in questo fascicolo dovranno essere inviate ad*

ANGOLO ACUTO, Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE

al più presto possibile

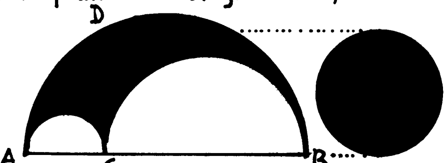
Per ogni questione proposta saranno pubblicati i nomi di tutti i risolutori e le risposte migliori. Annualmente sarà compilata una graduatoria fra i Giovani che si saranno distinti per assiduità, esattezza ed ordine e saranno assegnati loro dei premi in libri.

QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 186 (*)

Alle migliori risposte inviate da alunni di scuola media o del biennio superiore saranno assegnati due premi: uno da L. 2000 e uno da L. 1500.

Siano AC e CB due segmenti adiacenti; la parte di uno stesso semipiano di origine AB, limitata



dalle tre semicirconferenze aventi per diametri i segmenti AB, AC e CB è detta ARBELO.

Dimostrare che la sua area è uguale a quella di un cerchio avente per diametro il segmento CD perpendicolare ad AB nel punto C.

QUESTIONE 187

Ricostruire l'addizione CRIPTARITMETICA con le nove cifre significative (da 1 a 9) sapendo che DEF = 2·ABC.

$$\begin{array}{r} A\,B\,C\,+ \\ \underline{D\,E\,F}\,= \\ G\,H\,I \end{array}$$

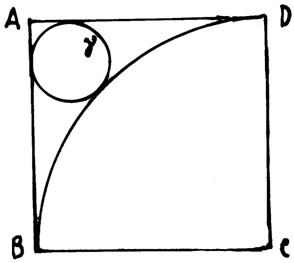
(Esistono quattro soluzioni).

QUESTIONE 188

Si consideri il quadrato ABCD di lato $AB = \ell$ e l'arco di centro C e raggio ℓ.

Calcolare l'area del cerchio γ

(*) Nel fascicolo precedente N.6 nov-dic. 1974 è stata omessa la numerazione delle questioni proposte (alle pagine 5 e 6) le quali vanno numerate successivamente con i numeri da 179 a 185.



tangente all'arco BD e ai lati AB e AD. Determinare graficamente la posizione del centro di γ.

QUESTIONE 189

Determinare per quali valori di x $(x \in \mathbb{R})$, l'espressione

$$\frac{(x^2-4x+3)(x^2-6x+5)}{(x^2+x-6)(x^2-x-12)}$$

assume valori positivi.

QUESTIONE 190

Alle migliori risposte saranno assegnati due premi: uno di £.3000 e uno di Lire 2000.

«MATURITA' SCIENTIFICA-Ottobre 1926

« Essendo a, b, c i lati di un
«triangolo $(a>b>c)$ determinare
«il segmento x in modo che
« $a-x$, $b-x$, $c-x$
«siano i lati di un triangolo ret-
«tangolo.».

E' richiesta una risoluzione geometrica della questione.

QUESTIONE 191

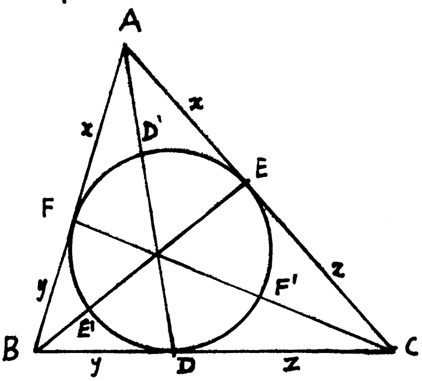
Risolvere l'equazione:

$$2ax^2-2(a+b)x+a^2 = 2bx^2+a(a-b)x-ab.$$

RISOLUZIONI DELLE QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 161

In un triangolo ABC si unisca ciascun vertice con il punto di tangenza D, E, F della circonferenza inscritta con il lato opposto. Siano D', E', F' le ulteriori intersezioni della suddetta circonferenza con le rette AD, DE CF rispettivamente.



Esprimere in funzione delle misure dei lati a, b, c del triangolo ABC, la somma S dei prodotti

$$\overline{AD}\cdot\overline{AD'}+\overline{BE}\cdot\overline{BE'}+\overline{CF}\cdot\overline{CF'}.$$

RISOLUZIONE

di Pasqua D'Antonio - L. Sc. "Einstein" TORINO, Enrico Jannelli - L. Sc. "Fermi" BARI e Marino Zennaro - L. Sc. "G. Galilei" TRIESTE.

Posto
$$\overline{AE}=\overline{AF}=x$$
$$\overline{BD}=\overline{BF}=y$$
$$\overline{CD}=\overline{CE}=z$$

si ha il sistema

$$\begin{cases} y + z = a & \text{I} \\ x + z = b & \text{II} \\ x + y = c & \text{III} \end{cases}$$

da cui sommando membro a membro si ha

$$2(x+y+z) = a+b+c$$

ovvero $$x+y+z = \frac{1}{2}(a+b+c) \quad \text{IV}$$

Sottraendo membro a membro dalla IV successivamente la I, la II e la III si ha:

$$x = \frac{1}{2}(a+b+c) - a = p - a = \overline{AE}$$
$$y = \frac{1}{2}(a+b+c) - b = p - b = \overline{BD}$$
$$z = \frac{1}{2}(a+b+c) - c = p - c = \overline{CD}$$

D'altra parte, per il teor. della secante e della tangente si ha

$$\overline{AD}\cdot\overline{AD'} = \overline{AE}^2 = (p-a)^2$$
$$\overline{BE}\cdot\overline{BE'} = \overline{BD}^2 = (p-b)^2$$
$$\overline{CF}\cdot\overline{CF'} = \overline{CD}^2 = (p-c)^2$$

Ne segue:

$$S = (p-a)^2 + (p-b)^2 + (p-c)^2 =$$
$$= 3p^2 - 2p(a+b+c) + a^2+b^2+c^2 =$$
$$= a^2+b^2+c^2 - p^2 =$$
$$= \frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2) - \frac{1}{2}(ab+bc+ac).$$

OSSERVAZIONE del Prof. Francesco Fogliotti di Genova:

Le tre rette AD, BE, CF, passano per uno stesso punto detto PUNTO di GERGONNE. (La dimostrazione di questa proprietà sarà l'oggetto della questione 192 che sarà proposta nel fasc. 3.

QUESTIONE 162

Una piscina è alimentata da alcuni condotti, di uguale portata che la riempiono in 60 minuti.

Se dopo 10 minuti si chiudono 10 condotti la piscina si riempie in 70 minuti.

Quanti sono i condotti?

Giovanni Longo

RISOLUZIONE di Marco Longinetti - L. Sc. "L. da Vinci" FIRENZE

In verità l'enunciato non chiarisce bene la «decorrenza» dei «70 minuti» e si possono dare due interpretazioni:

I) I 70 minuti decorrono dall'inizio del riempimento della piscina: cioè occorrono «altri 60 minuti» dal momento in cui si chiudono 10 condotti.

II) Dal momento in cui si chiudono i 10 rubinetti, occorrono «altri 70 minuti» per completare il riempimento della vasca.

Se con gli n condotti aperti la piscina si riempie in 60 minuti, in 10 minuti si riempie $\frac{1}{6}$ della piscina.

Le due interpretazioni sopra indicate danno luogo rispettivamente alle due equazioni.

derivanti dal seguente ragionamento. L'acqua erogata da n condotti per 60 minuti equivale a quella erogata da n condotti per 10 minuti e successivamente da $(n-10)$ condotti

per altri <u>60</u> minuti.	per altri <u>70</u> minuti.
$60n = 10n + 60(n-10)$	$60n = 10n + 70(n-10)$.
da cui $n = 60$	da cui $n = 35$

La soluzione è indipendente dalla portata dei condotti (purchè, come previsto, di portata uguale) e dalla capacità della piscina.

QUESTIONE 163

Un automobilista percorre a velocità costante un'autostrada lungo la quale sono indicate, con cartelli, le distanze, in Km, dall'inizio della stessa autostrada.

Alle ore 15 precise l'automobilista legge su uno di tali cartelli un numero di due cifre (AB).

Alle ore 15 30 passa davanti ad un altro cartello che porta le medesime cifre, ma scritte in ordine inverso (BA). L'automobilista continua il suo viaggio sempre con la stessa velocità costante, e alle ore 16 legge un successivo cartello le due stesse cifre del primo cartello ma separate da uno zero (A0B). (0 = zero).

Calcolare la velocità dell'automobilista.

RISOLUZIONE

di Letizia Tricerri - L.Sc. "Einstein" To.

L'automobilista viaggia a velocità costante quindi in tempi uguali percorre spazi uguali, perciò deve aversi:

$$(BA - AB) = (A0B - BA)$$

cioè deve essere:

$$10B + A - (10A + B) = 100A + B - (10B + A), \Rightarrow$$

$$9B - 9A = 99A - 9B \Rightarrow$$

$$B = 6A \Rightarrow$$

$A = 1$ e $B = 6$, UNICA SOLUZ. perchè se $A > 1$ risulta $B > 9$.

I tre numeri letti dall'automobilista sono:

$\boxed{16}$ $\boxed{61}$ $\boxed{106}$

La velocità è quindi:

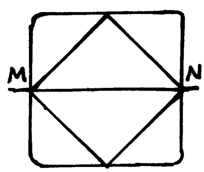
$$(106 - 16)\ Km/_h = 90\ Km/_h$$

Errata - corrige

fascicolo 6 - 1974 - pag. 1

PROBLEMI ELEMENTARI DI TOPOLOGIA

La figura 9 va completata tracciando anche il segmento MN.



QUESTIONE 164

Da uno stesso punto si lanciano verticalmente verso l'alto, nel vuoto, due corpi puntiformi, con velocità V_1 e V_2, il secondo dopo un certo tempo T dal primo. A quale altezza e dopo quanto tempo dal lancio del primo avviene il loro incontro? Detto incontro avverrà durante l'ascesa o durante la discesa del primo corpo?

A Portalupi

Le RISOLUZIONI inviate da G. Guarato - VALDAGNO, da Leonardo Felician - L. Cl. "Dante" TRIESTE e da Roberto Martinolli - L. Sc. "Oberdan" TRIESTE, non differiscono sostanzialmente dalla seguente

RISOLUZIONE

Indicando con t il tempo trascorso dal momento del lancio del primo corpo al momento dell'incontro si ha

$$h_1 = v_1 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (\alpha) \quad , \quad h_2 = v_2(t-T) - \frac{1}{2} g (t-T)^2 \quad (\beta)$$

e poichè ovviamente deve essere $h_1 = h_2$, si ha l'equazione:

$$v_1 t - \frac{1}{2} g t^2 = v_2 (t-T) - \frac{1}{2} g (t-T)^2 \qquad (\gamma)$$

da cui

$$t = \frac{T\left(v_2 + \frac{1}{2} g T\right)}{gT + v_2 - v_1}$$

Si ha

$$h = v_1 \frac{T\left(v_2 + \frac{1}{2} g T\right)}{gT + v_2 - v_1} - \frac{1}{2} g \frac{T^2\left(v_2 + \frac{1}{2} g T\right)^2}{(gT + v_2 - v_1)^2}$$

Se $v_1 < v_2$ e $T < t < \frac{v_1}{g}$, l'incontro avviene durante l'ascesa del primo corpo. Infatti $\frac{v_1}{g}$ è il tempo impiegato dal primo corpo a raggiungere la massima altezza. Si ha:

$$\frac{T(2v_2 + gT)}{2(gT + v_2 - v_1)} < \frac{v_1}{g} \Longrightarrow g^2T^2 + 2(v_2 - v_1) gT - 2v_1(v_2 - v_1) < 0$$

Dei due valori che annullano il primo membro della precedente diseguaglianza, uno è negativo per cui deve essere

$$(v_1 < v_2) \quad ; \quad T \leq \frac{v_1 - v_2 + \sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{g} \quad ; \quad (\text{fig. } 1)$$

nel caso dell'uguaglianza l'incontro avviene quando il primo corpo raggiunge la sua altezza massima $\frac{v_1^2}{2g}$. (fig. 2)

Sempre nell' ipotesi

$$\frac{v_1 - v_2 + \sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{g} < T < \frac{2v_1}{g},$$

l'incontro avviene durante la discesa del primo corpo. (fig. 3)

Se $v_1 = v_2$ l'incontro si verifica, qualunque sia $T \left(< \frac{2v_1}{g}\right)$ sempre durante la discesa del primo corpo e l'ascesa del secondo dopo un tempo $t = \frac{v_1}{g} + \frac{T}{2}$, ad una altezza $h = \frac{v_1^2}{g} - \frac{gT^2}{8}$. (fig. 4)

Se $v_1 > v_2$ l'incontro avviene sempre durante la discesa del primo corpo se $T + \frac{2v_2}{g} > \frac{2v_1}{g}$, cioè se $\frac{2v_1}{g} > T > \frac{2(v_1 - v_2)}{g}$

Si deduce inoltre

I) se $T + \frac{v_2}{g} \lesseqgtr t$ cioè se $T \lesseqgtr \frac{v_1 - v_2 + \sqrt{v_1^2 - v_2^2}}{g}$

l'incontro avviene prima che (quando, dopo che) il secondo corpo abbia raggiunto la sua altezza massima $(v_2^2/2g)$, al tempo

$$t \lesseqgtr \frac{v_1 + \sqrt{v_1^2 - v_2^2}}{g}. \qquad \text{(fig. 5)}$$

II) se $T = 2(v_1 - v_2):g$

l'incontro avviene al punto di partenza, essendo T uguale al tempo impiegato dal primo corpo a salire e a scendere (fig. 6)

III) se $T < 2(v_1 - v_2):g$ vuol dire che il secondo corpo rientra al punto di partenza *prima* del primo corpo: cioè l'incontro non può avvenire (fig. 7).

In particolare, se si ha $T = (v_1 - v_2):g$ la distanza fra i due corpi si mantiene costante (fig. 8)

OSSERVAZIONE. Le formule (α) e (β) che danno luogo all'equazione (γ) si possono interpretare *analiticamente*: La (α) rappresenta una parabola passante per l'origine; la (β) rappresenta la stessa parabola spostata verso destra in modo che sia $\overline{O_1 O_2} = T$, e verso l'alto o il basso di un segmento

$$y_{v_1} - y_{v_2} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \qquad \text{secondo che } v_1 \lesseqgtr v_2.$$

I diversi casi considerati dalla risoluzione e discussione precedente corrispondono alle seguenti figure che rendono più evidente il ragionamento seguito.

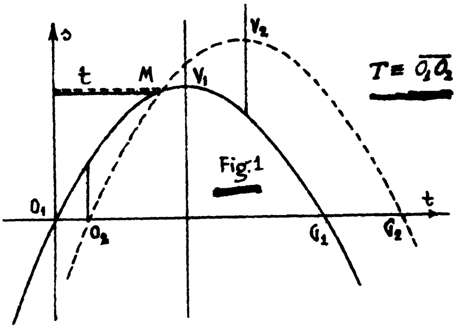


Fig. 1

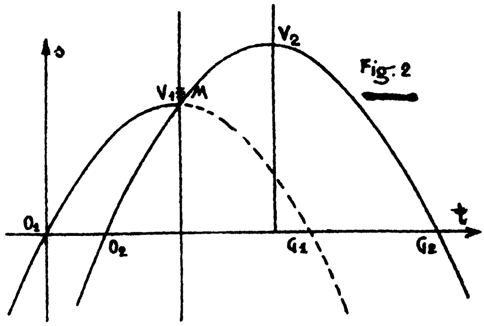


Fig. 2

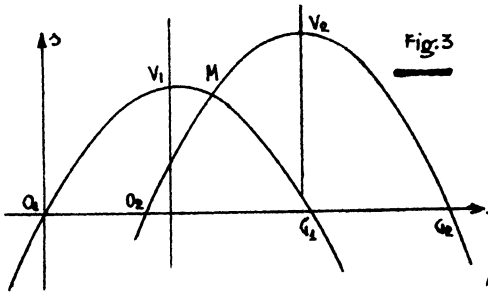


Fig. 3

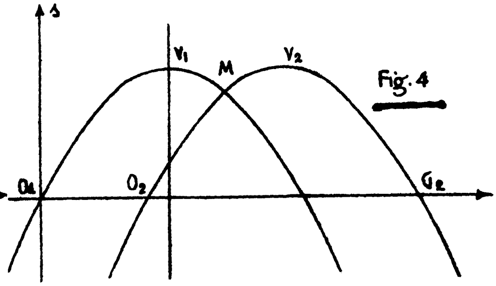


Fig. 4

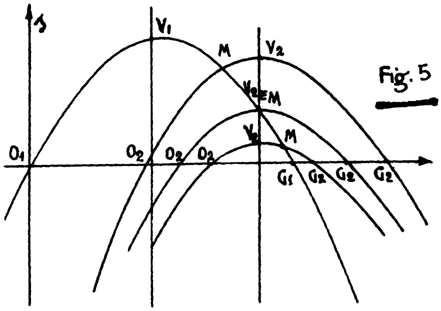


Fig. 5

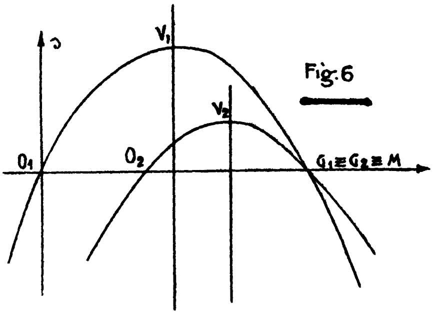


Fig. 6

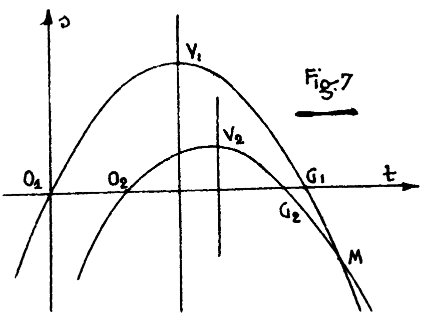


Fig. 7

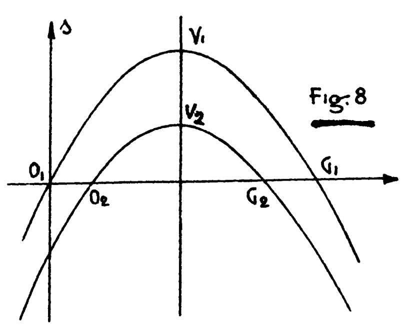


Fig. 8

LE RISOLUZIONI DELLE QUESTIONI 146, 147, 148, 149, 157, 158, 165, 166 RELATIVE AI TEMI DI MATEMATICA DELLA MATURITA' SCIENTIFICA 1973 SARANNO PUBBLICATE IN UN FASCICOLO SUPPLEMENTARE CHE SARA' INVIATO SOLAMENTE AGLI ABBONATI 1975.

QUESTIONE 167

Il testo di questa questione, pubblicata nel fasc. 2/3-1974 conteneva due errori; perciò è stato riproposto corretto a pag. 2 del fasc. 4-1974

TEOREMA DI EULERO

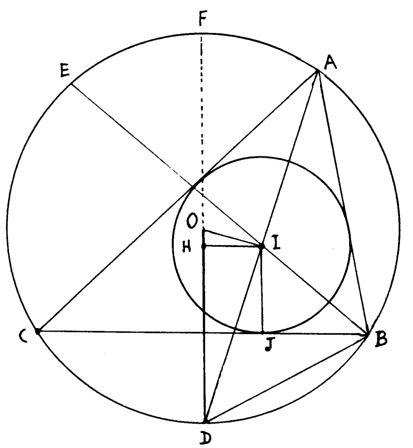
In ogni triangolo ABC, la distanza $d=\overline{OI}$ fra il circoncentro O e l'incentro I è data dalla relazione $d^2 = R(R-2r)$, in cui R è il raggio del cerchio circoscritto ed r il raggio del cerchio inscritto.

RISOLUZIONE

Sia $\overline{OI}=d$, $\overline{OD}=R$, $IJ=r$

Poichè AID, BIE sono le bisettrici degli angoli interni BAC e ABC si ha $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DC}$ e $\overset{\frown}{CE}=\overset{\frown}{EA}$

quindi $\overset{\frown}{DCE} = \overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{AE}$.



Inoltre

$$B\hat{I}D = A\hat{I}E = D\hat{A}B + A\hat{B}E = D\hat{B}C + E\hat{B}C =$$
$$= D\hat{B}E = D\hat{B}I \implies \overline{BD} = \overline{DI}.$$

Il diametro DOF è l'asse di BC quindi per il 1° teor. di EUCLIDE ($D\hat{B}F$) si ha:

$$\overline{BD}^2 = \overline{DF}\cdot\overline{DG}$$
$$\overline{DI}^2 = 2R\cdot DG \quad (I)$$

Infine condotta la perpendicolare IH al diametro DF, per il teor. di Pitagora (generalizzato), si ha (triang. ODI):

$$\overline{OI}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{DI}^2 - 2\cdot\overline{OD}\cdot\overline{DH} =$$
$$\downarrow\text{[per la (I)]}$$
$$= \overline{OD}^2 + 2R\cdot\overline{DG} - 2R\cdot\overline{DH} =$$
$$= R^2 - 2R(DH-DG); \implies$$
$$d^2 = R^2 - 2R\cdot r = R(R-2r).$$

QUESTIONE 168

Senza effettuare la scomposizione in fattori, servendosi di una tavola dei quadrati dei numeri naturali, determinare i fattori primi del numero 29999.

RISOLUZIONE

di Mauro Bigi. L. Sc. "Castelnuovo" FIRENZE

Il numero 29 999 è dispari e se non è un numero primo deve essere uguale al prodotto di due numeri dispari x e y, la cui somma è pari $(=2n)$.

Si ha $\begin{cases} x+y = 2n \\ xy = 29\,999 \end{cases}$

$$\Longrightarrow \quad z^2 - 2nz + 29999 = 0$$

Risolvendo si ha:

$$\frac{\Delta}{4} = n^2 - 29999 \quad (= K^2)$$

e $\quad z = n \mp K$

L'equazione avrà radici intere solo se $n^2 - 29999 (= K^2)$ è un quadrato perfetto.

Dalle tavole dei quadrati si ha

$$173^2 < 29\,999 < 174^2$$

ed è facile costruire la seguente tabella:

n	n^2	$n^2 - 29999$
174	30 276	277
175	30 625	626
176	30 976	977
177	31 329	1 330
178	31 684	1 685
179	32 041	2 042
180	32 400	2401 $= 49^2$ $\Longrightarrow$

Nessun quadrato termina per 2, per 7, per 26 per 30 o per 85.

$$n = 180 \qquad K = 49$$

quindi $\quad z = 180 \mp 49 = \begin{cases} 131 = x \\ 229 = y. \end{cases}$

Poichè 131 e 229 sono numeri primi l'unica soluzione è

$$29\,999 = 131 \cdot 229.$$

LE RISOLUZIONI delle QUESTIONI 169, 170 e 171 SARANNO PUBBLICATE SUCCESSIVAMENTE IN UN FASCICOLO SUPPLEMETARE.

INTERPRETAZIONE .. MUSICALE DELLA ALGEBRA APPLICATA ALLA GEOMETRIA.

Mi sembra che risolvere un problema di geometria mediante l'algebra sia come suonare una musica girando una manovella.

J.J. Rousseau

QUESTIONE 172

MATURITÀ MAGISTRALE SESSIONE SUPPLETIVA 1969

Tre punti A, B, C sono allineati e si ha $AB = 2a$, $BC = a$, $AC = 3a$.
In uno dei semipiani aventi per origine la semiretta AC, si costruiscano i triangoli equilateri ABD, BCE.

I) Si dimostri che il triangolo BDE è rettangolo

II) Si calcoli il perimetro e l'area del quadrilatero ACED.

III) Sulla perpendicolare per E al piano (α) del quadrilatero ACED si prenda il segmento VE di lunghezza a e si calcoli l'area della superficie totale della piramide di vertice V e di base ACED.

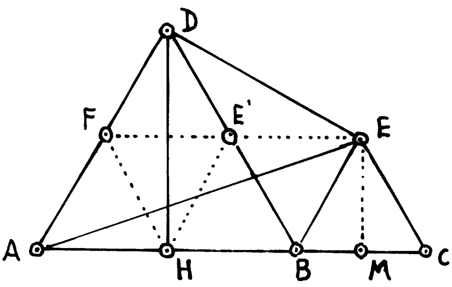
RISOLUZIONE

di Raffaele Della Fera
dell'Ist. Tecn. p. Geom. AVELLINO

I) Si deduce facilmente:

$$D\hat{B}E = A\hat{B}C \text{ (angolo piatto)} - (A\hat{B}D + C\hat{B}E) = 180° - (60° + 60°) = 60°.$$

H punto medio di AB, quindi $AH = HB = BE = a$; i due triangoli BDH e BDE risultano uguali (I CRITERIO) e poichè $B\hat{D}H$ è ret-



tangolo in H anche $\hat{BDE}$ è rettangolo in E, cioè $DE \perp BE$.

Inoltre AD e BE formano con AC angoli corrispondenti uguali ($D\hat{A}C = E\hat{B}C = 60°$), e quindi sono paralleli; ne segue che è anche

$$DE \perp AD. \quad (*)$$

II) Si ha $\overline{DE} = \dots = \overline{BE}\sqrt{3} = a\sqrt{3}$, quindi: PERIMETRO (ACED) =

$= DA + AC + EC + ED =$

$= 2a + 3a + a + a\sqrt{3} = \boxed{a(6+\sqrt{3})}$

Condotta da E, EE'F (vedi fig.) parallela ad AC e unito H con E' e con F è facile constatare che il quadrilatero ACED si può scomporre in sette triangoli (sei uguali) equivalenti al triangolo BEC; quindi:

AREA(ACED) = 7·AREA(BEC) =

$$= 7 \cdot \frac{a^2}{4}\sqrt{3} = \boxed{\frac{7}{4}a^2\sqrt{3}}$$

III) Poichè: $VE \perp \alpha$, risulta $VE \perp EC$ e $VE \perp ED$, cioè le facce VEC e VED sono triangoli rettangoli.

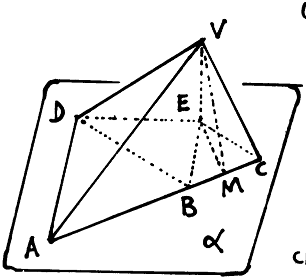
Risulta inoltre: $VE \perp ED$,

(*) $ED \perp AD$

$\Rightarrow$ (per il teor. delle tre perpendicolari)

$VD \perp AD$

cioè $V\hat{D}A = 90°$.



Per il teor. di PITAGORA ($\hat{VED}$),

$$\overline{VD} = \sqrt{\overline{VE}^2 + \overline{DE}^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a.$$

M punto medio di BC

$VE \perp EM$; $EM \perp BC \Rightarrow$

(per il teor. delle tre perpendicolari)

$\Rightarrow VM \perp AC$

cioè VM è l'altezza (rispetto ad AC) della faccia VAC.

E ancora per il teor. di PITAGORA ($\hat{VEM}$)

$$\overline{VM} = \sqrt{\overline{VE}^2 + \overline{EM}^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\sqrt{3}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \sqrt{\frac{7}{4}a^2} = \frac{a}{2}\sqrt{7}$$

Detta S_t l'area della superficie totale richiesta si ha:

$$S_t = S_{ACED} + S_{VEC} + S_{VED} + S_{VDA} + S_{VAC} =$$

$$= \frac{7}{4}a^2\sqrt{3} + \frac{1}{2}\overline{VE}\cdot\overline{EC} + \frac{1}{2}\overline{VE}\cdot\overline{ED} + \frac{1}{2}\overline{VD}\cdot\overline{DA} + \frac{1}{2}\overline{VM}\cdot\overline{AC} =$$

$$= \frac{7}{4}a^2\sqrt{3} + \frac{1}{2}a\cdot a + \frac{1}{2}a\cdot a\sqrt{3} + \frac{1}{2}\cdot 2a\cdot 2a + \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\sqrt{7}\cdot 3a =$$

$$= \dots = \frac{a^2}{4}\left(9\sqrt{3} + 3\sqrt{7} + 10\right)$$

OSSERVAZIONE

Per $\overline{AB} \neq 2\overline{BC}$ o $2\cdot\overline{AB} \neq \overline{BC}$ il triangolo BED non è RETTANGOLO, ma è facile dimostrare che detto triangolo BED risulta sempre medio proporzionale fra $A\hat{B}D$ e $B\hat{C}E$.

RISOLUTORI delle QUESTIONI	161	162	163	164	167	168	172
BATIC Anna Maria - L.Sc. Sloveno - TRIESTE		*					
BIGI Mauro - L.Sc. "Castelnuovo" FIRENZE		*	*			*	*
BOTTIROLI Roberto - L.Sc. "Galilei" VOGHERA						*	
CAZZOLA Pierangela - L.Sc. "Galilei" VOGHERA						*	
D'ANGELO Pasqua - L.Sc. "Einstein" TORINO	*		*				*
DEL BONO Vladi - L.Sc. "Galilei" TRIESTE	*	*	*				
DELLA FERA Raffaele - Ist. tecn. geom. AVELLINO							*
FELICIAN Leonardo - L.Cl. "Dante" TRIESTE	*	*	*	*	*	*	*
FOGLIOTTI Francesco - GENOVA - Sampierd.	*	*	*	*	*	*	*
GUARATO Giuseppe - VALDAGNO	*	*	*	*	*	*	*
JANNELLI Enrico - L.Sc. "Fermi" BARI	*	*	*	*	*	*	*
LONGINOTTI Marco - L.Sc. "L. DA VINCI" FIRENZE	*	*	*	*	*	*	*
MANGANARO Marco - L.Sc. "Oberdan" TRIESTE		*	*			*	*
MARTINOLLI Roberto - L.Sc. "Oberdan" TRIESTE	*	*	*	*	*	*	*
SUCCI Marco - L.Sc. "A. Volta" MILANO	*	*	*			*	*
TERRANOVA Diego - L.Sc. "Oberdan" TRIESTE	*	*	*				
TRICERRI Letizia - L.Sc. "Einstein" TORINO		*	*				
VIDALI Cristina - L.Cl. "Dante" TRIESTE	*	*	*				
VIOLA Maddalena - L.Cl. "Dante" TRIESTE		*	*				
ZENNARO Mariano - L.Sc. "Galilei" TRIESTE	*	*	*				

Nel 1975 ANGOLO ACUTO diventa MENSILE. Saranno tuttavia abbinati i fascicoli 1/2 (gen-feb), 7/8 (lug-ago) 11/12 (nov-dic). Sono previsti fascicoli supplementari che saranno inviati solamente agli abbonati per il 1975.

GLI ABBONATI CHE RICEVERANNO UNA SECONDA COPIA DI questo fascicolo SONO VIVAMENTE PREGATI DI USARLA PER PROCURARCI UN NUOVO ABBONATO (UN COLLEGA, UN ALLIEVO, UN AMICO, UNA SCUOLA)

Per migliorare "Angolo acuto" accettiamo, da tutti, consigli, critica costruttiva e collaborazione nella redazione e nella diffusione.

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE GRUPPO III - 70%

PER FAVORE, NON CESTINATE.

Se questo periodico non vi interessa, vi preghiamo di passarlo ad un appassionato che voglia sottoscrivere l'abbonamento, oppure di respingere le copie ricevute, in busta affrancata come stampe, al mittente:

ANGOLO ACUTO - Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE

Coloro che trattengono ANGOLO ACUTO
sono pregati di inviare con sollecitudine la loro quota di abbonamento

Per la costituzione di un fondo-premi per i più bravi Giovani risolutori delle questioni proposte nella Palestra delle Gare, inviate quote multiple di L. 1 000.

AMICI SOSTENITORI di Angolo Acuto

Ing. Dino Masini - PAVIA
Prof. Mario Serra - TORINO
Prof. P. Gino Gini - THIENE
M.o Giuseppe Guarato - VALDAGNO
Prof. Giovanni La Fata - TRAPANI
Prof. Vincenzo Asprella - MATERA
Sig. Guido Gatti - CREMONA
Prof. Emanuele Barone - MODICA ALTA
Prof. Sergio Petrosillo - MESAGNE
Prof. Giorgio Sestini - FIRENZE
Prof. L. Nicola Pilla - PESCO SANNITA
Prof. Costante Prampolini - REGGIO EMILIA
Prof. Rosina Melissano - MILANO
Ing. Giovanni Pallai - ROMA
Prof. Tebaldo Liverani - FIRENZE
Prof. Vincenzo Petriccione - CASERTA
Prof. Francesco Criscione - RIMINI
Prof. Lorenzo Arus - IMOLA
Prof. Gianna Maria Vaghi - MILANO
Prof. Nicolino Rado - TRIESTE
Prof. Maria Signorini - FIRENZE
Prof. Maria Luisa Piazza - FIRENZE
Prof. Marco Tullio Tonini - FORLI'

Hanno inviato quote (da L. 1000) per il fondo premi per i Risolutori:

Ing. Giovanni Pallai - ROMA (quote 2)
Geom. Ugo Longo - FRAGNETO L'ABATE (quota 1)
Prof. Giovanni La Fata - TRAPANI (quote 2)

Il prof. Giuseppe MARUSSIA di Torino ha versato l'abbonamento senza comunicare l'indirizzo. Chi può aiutarci a rintracciarlo? GRAZIE.

DIFFONDETE "ANGOLO ACUTO"
RICHIEDETECI COPIE DI SAGGIO
PER I VOSTRI AMICI
O INVIATECI I LORO INDIRIZZI ESATTI

A chi ci procurerà DIECI nuovi abbonati invieremo l'abbonamento gratuito, per il 1975.

Registrato presso il Tribunale di Firenze al n. 2051 in data 13 gennaio 1970
Direttore responsabile: *Giuseppe Spinoso*

Stampato dalla Tip. "G. Capponi" - Firenze

Associato all'USPI
Unione Stampa Periodica Italiana

Si pregano gli Angolisti di indicare sempre il numero di codice postale e comunicarci se trattasi di un nuovo abbonamento o di un rinnovo

Grazie

Servizio dei Conti Correnti Postali

Certificato di allibramento

Versamento di L. ....
(in cifre)

eseguito da ....

residente in ....

via ....

....

sul c/c N. **5/27919** intestato a:

ANGOLO ACUTO

Via Cairoli, 78 50131 FIRENZE

Addì (¹) .... 197....

Bollo lineare dell'Ufficio accettante

N. ....
del bollettario ch 9

Bollo a data

Si prega di scrivere chiaramente anche a tergo.

SERVIZIO DEI CONTI CORRENTI POSTALI

Bollettino per un versamento di L. ....
(in cifre)

Lire ....
(in lettere)

....

eseguito da ....

residente in ....

....

sul c/c N. **5/27919** intestato a:

ANGOLO ACUTO

Via Cairoli, 78 50131 FIRENZE

Addì (¹) .... 197....

Bollo lineare dell'Ufficio accettante

Tassa L. ....

Cartellino

Modello ch 8-bis

L'Ufficiale di Posta

Bollo a data

(¹) La data deve essere quella del giorno in cui si effettua il versamento.

Servizio dei Conti Correnti Postali

Ricevuta di un versamento

di L. ....
(in cifre)

Lire ....
(in lettere)

....

eseguito da ....

....

sul c/c N. **5/27919** intestato a:

ANGOLO ACUTO

Via Cairoli, 78 50131 FIRENZE

Addì (¹) .... 197....

Bollo lineare dell'Ufficio accettante

Tassa L. ....

numerato

L'Ufficiale di Posta

Bollo a data

Quota sottoscritta per il 197....

Lire ______________

Cognome ....

Nome ....

Via ....

Città ....

C.A.P. ....

☐ Professore ☐ Studente: età.....

Scuola ....

☐ Rinnovo ☐ Nuovo abbonam.

Parte riservata all'Ufficio dei Conti Correnti

AVVERTENZE

Il versamento in conto corrente è il mezzo più semplice e più economico per efiettuare rimesse di denaro a favore di chi abbia un c/c postale.

Per eseguire il versamento il versante deve compilare in tutte le sue parti, a macchina o a mano purchè con inchiostro, nero o nero bluastro il presente bollettino.

Non sono ammessi bollettini recanti cancellature, abrasioni o correzioni.

A tergo dei certificati di allibramento, i versanti possono scrivere brevi comunicazioni all'indirizzo dei correntisti destinatari, cui i certificati anzidetti sono spediti a cura dell'Ufficio conto correnti rispettivo.

Autorizzazione Direzione Centrale dei Conti Correnti Postali Nr. XVI 1071 1316 del 24 - 1 - 1972

La ricevuta del versamento in C/C postale in tutti i casi in cui tale sistema di pagamento è ammesso. ha valore liberatorio per la somma pagata, con effetto dalla data in cui il versamento è stato eseguito (art. 105 - Reg. Esec. Codice P. T.).

La ricevuta non è valida se non porta il cartellino o il bollo rettangolari numerati.

FATEVI CORRENTISTI POSTALI!

Potrete così usare per i Vostri pagamenti e per le Vostre riscossioni il

POSTAGIRO

esente da qualsiasi tassa, evitando perdite di tempo agli sportelli degli uffici postali.

AI NUOVI ABBONATI LE ANNATE ARRETRATE VENGONO INVIATE AL PREZZO DI L.1800 PER ANNATA