L'Angolo acuto

Palestra per i Giovani appassionati di Matematica

ANNO VI - 1975

aprile

4

Periodico mensile
a cura di Giuseppe Spinoso
Via Cairoli, 78 - 50131 FIRENZE

conto corrente postale 5/27919
telefono 588.429

Abbonamenti per il 1975

Studenti	L. 1800
Professori e Scuole	L. 2200
Sostenitori	L. 3000
Annate arretrate	L. 1800

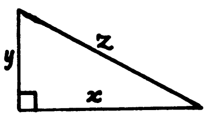
L'abbonamento è annuale e decorre da gennaio.

METODO di FELIX KLEIN per la risoluzione della EQUAZIONE PITAGORICA

Si dice che tre numeri interi x, y, z costituiscono una TERNA PITAGORICA se essi soddisfano all'equazione

$$x^2 + y^2 = z^2 \qquad (1)$$

che esprime la relazione fra le misure dei lati di un triangolo rettangolo.



Se i tre numeri interi x, y, z sono anche *"primi fra loro"*, la terna pitagorica si dice PRIMITIVA.

Come è possibile determinare quante si vogliano terne pitagoriche primitive?

Basta scegliere due numeri a e b, primi fra loro, uno pari e uno dispari, e calcolare poi x, y, z con le seguenti formule (nelle quali si è supposto $a > b$):

$$\boxed{x = 2ab\ ;\ y = a^2 - b^2 ;\ \Longrightarrow\ z = a^2 + b^2}$$

Di questo importante problema che ha un substrato aritmetico e geometrico insieme, esiste la seguente interessante risoluzione, dovuta a FELIX KLEIN:

Risolvere in numeri interi l'equazione

$$x^2 + y^2 = z^2 \qquad (1)$$

equivale a trovare tutte soluzioni razionali dell'equazione

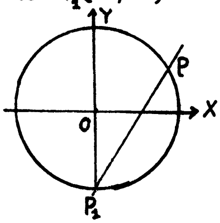
$$X^2 + Y^2 = 1 \qquad (2)$$

ottenuta dalla (1), dividendo ambo i membri per z^2 e ponendo:

$$\frac{x}{z} = X \quad \text{e} \quad \frac{y}{z} = Y\ . \qquad (2^*)$$

La (2) considerata in coordinate cartesiane ortogonali è l'equazione di una circonferenza con il centro nell'origine O e di raggio uguale a 1.

Il problema è quindi ridotto a trovare i punti della circonferenza che hanno entrambe le coordinate espresse da numeri razionali. Consideriamo perciò il fascio di rette che ha *per centro* il punto $P_1(0;-1)$: l'equazione di una retta generica del fascio è:



$$Y = KX - 1, \quad (3)$$

con K arbitrario.

Possiamo asserire che *tutti* e *soli* i punti della circonferenza aventi le coordinate entrambe razionali sono sulle rette (3) con K razionale.

Infatti se il punto P della circonferenza ha le coordinate razionali $\left(\frac{m}{n}, \frac{p}{q}\right)$ la retta (3) ha il coefficiente K razionale, poichè K è determinato dalla equazione

$$\frac{p}{q} = K\frac{m}{n} - 1$$

da cui

$$K = \frac{n}{m}\,\frac{p+q}{q}.$$

Viceversa: Se K della (3) è razionale, i punti di intersezione con la circonferenza (2) hanno coordinate razionali. Infatti risolvendo il sistema della (2) e della (3) si ha:

$$\begin{cases} Y = KX - 1 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = KX - 1 \\ X^2 + (KX-1)^2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Y = KX - 1 \\ X\left[(K^2+1)X - 2K\right] = 0 \end{cases}$$

da cui

$$(4)\begin{cases} X_1 = 0 \\ Y_1 = -1 \end{cases} \qquad (5)\begin{cases} X_2 = \dfrac{2K}{K^2+1} \\ Y_2 = \dfrac{K^2-1}{K^2-1} \end{cases}$$

Da queste espressioni si vede che se K è razionale, il punto P(X;Y) ha coordinate razionali.

Ponendo nelle (5) $K = \frac{m}{n}$ si ha:

$$(6) \quad X = \frac{2mn}{m^2+n^2} \qquad Y = \frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}.$$

E ricordando le (2*)

$$X = \frac{x}{z} \quad e \quad Y = \frac{y}{z}$$

dalle (6) si deducono tutte le *soluzioni intere* dell'equazione pitagorica (1), cioè tutte le *terne di numeri pitagorici*:

$$x = 2mn\ ; \ y = m^2 - n^2, \ z = m^2 + n^2.$$

Ripetiamo che se m ed n sono primi fra loro con $m > n$ si ottengono tutte le soluzioni *primitive*.

ESEMPI

m	n	x	y	z
2	1	4	3	5
3	2	12	5	13
4	1	8	15	17
4	3	24	7	25
5	2	20	21	29
5	4	40	9	41
6	1	12	35	37
6	5	60	11	61
7	2	28	45	53
7	4	56	33	65
7	6	84	13	85
8	1	16	63	65
8	3	48	55	73
8	5	80	39	89
8	7	112	15	113
9	2	36	77	85
9	4	72	65	97
9	8	144	17	145
10	1	20	99	101
....	....	....	....	....

Ovviamente da ogni terna pitagorica primitiva si possono dedurre quante altre terne pitagoriche non primitive si vogliono: basta moltiplicare per uno stesso numero intero h (≥ 2) i tre numeri della terna pitagorica prescelta. ESEMPI:

h	3	4	5	h	12	35	37
2	6	8	10	2	24	70	74
7	21	28	35	7	84	245	259
...	...	...	...	...	...	....	....

In molti problemi sul teorema di Pitagora può essere opportuno che l'estrazione di radice dia come risultato un numero decimale esatto.

Per preparare tali problemi basta operare con i numeri di una terna pitagorica divisi per 10, per 100 o per 1000 ...

ESEMPI

20	21	29	10	24	26
2	2,1	2,9	1	2,4	2,6
0,2	0,21	0,29	0,1	0,24	0,26
0,02	0,021	0,029	0,01	0,024	0,026
....	....	....	....	....	....

LA PALESTRA delle GARE

AVVERTENZE PER I RISOLUTORI A PAG. 8

QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 197

Considerata la successione ricorrente di FIBONACCI (fasc. 3 - marzo 1975 - pag. 1):

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \ldots$

$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots$

determinata dalle condizioni

$a_0 = 0, a_1 = 1, \quad a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

dimostrare che

1) $a_n^2 - a_{n-1} \cdot a_{n+1} = (-1)^n$;

2) $a_n^2 + a_{n+1}^2 = a_{2n+1}$.

QUESTIONE 198 (*)

Condurre per due vertici opposti di un dato rettangolo due rette parallele tali che la loro distanza sia uguale al lato minore del rettangolo.

QUESTIONE 199 (**)

Risolvere il sistema

$$\begin{cases} x + y + xy = 111 \\ x + z + xz = 55 \\ y + z + yz = 31. \end{cases} \quad x, y, z \in \mathcal{R}$$

Generalizzare.

Alfonso La Paglia.

QUESTIONE 200

a) Verificare che, dati i numeri $a, b, c, \in \mathcal{R}$, è

$E = 4a^2b^2 - (a^2+b^2-c^2) =$

$= 4a^2c^2 - (a^2+c^2-b^2)^2 = 4b^2c^2 - (b^2+c^2-a^2)^2,$

ossia che:

La forma $E = f(a,b,c)$ è INVARIANTE per una sostituzione ciclica su (a,b,c).

b) Se, essendo $a, b, c \in \mathcal{R}^+$, si volesse assegnare una interpretazione geometrica, cosa potrebbe esprimere "$\dfrac{\sqrt{E}}{4}$" e sotto quali condizioni?

Antonio Giuranna

(*) Due premi da L. 2000, riservati agli Alunni di Scuola Media.

(**) Due premi: uno da L. 3000 e uno da L. 2000.

RISOLUZIONI DELLE QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 179

CRIPTARITMETICA

Determinare le cifre N, O, U sapendo che esiste l'uguaglianza

$$UNO_{(\text{in base } 7)} = ONU_{(\text{in base } 9)}$$

RISOLUZIONE

analoga a quella inviata da Giuseppe Guarato, Francesco Fogliotti, Stefano Gallai, Mauro Bigi e Marco Succi.

Poiché la minore delle due basi è 7, le cifre cercate devono essere minori di 7 e cioè

$$N, O, U < 7 \qquad (1)$$

La relazione imposta conduce all'equazione

$$49 \cdot U + 7 \cdot N + O = 81 \cdot O + 9 \cdot N + U$$

ossia: $N = 24 \cdot U - 40 \cdot O$

cioè $N = 8(3 \cdot U - 5 \cdot O) \qquad (2)$

Da quest'ultima uguaglianza risulta che

N deve essere uguale a zero o deve essere multiplo di 8; ma per la (1) $N < 7$, quindi $N = 0$.

Dalla (2) si ha $3 \cdot U = 5 \cdot O$

ovvero $\dfrac{U}{O} = \dfrac{5}{3}$.

Ossia U e O sono rispettivamente multipli di 5 e di 3 secondo uno stesso numero. Ne segue, sempre

per la (1) $U=5$ e $O=3$.
Risulta allora
$$(503)_7 = (305)_9 = 248.$$

QUESTIONE 180

CRIPTARITMETICA

Ricostruire l'uguaglianza:
$$MADRE = (M+A+D+R+E)^3.$$

RISOLUZIONE
di Giuseppe Guarato e di Alessandro Francolini.

Essendo MADRE un "cubo" di cinque cifre, la sua base deve essere compresa fra 22 e 46 e quindi
$$22 \leq M+A+D+R+E \leq 46;$$
ma il massimo valore che può assumere $M+A+D+R+E$ è
$$35 (= 9+8+7+6+5)$$
In una tavola di cubi si trova che fra i 14 cubi compresi fra 22^3 e 35^3, l'unico cubo composto di cifre diverse fra loro ed avente la somma delle cifre uguale alla base è
$$19683 = 27^3.$$
Risulta quindi univocamente:
$$M=1;\ A=9;\ D=6;\ R=8;\ E=3.$$

QUESTIONE 181

Con le nove cifre significative si possono formare tre numeri di tre cifre, tali che uno sia uguale alla somma degli altri due: ESEMPIO:
$$\begin{array}{r} 569+ \\ 214= \\ \hline 783 \end{array}$$
Le nove cifre si possono anche disporre in una matrice di tre per tre, in modo che formino una catena connessa da una linea continua che attraversi una sola volta ogni casella. ESEMPI

1	3	4
8	2	5
9	7	6

1	3	4
2	8	5
9	6	7

Quante disposizioni soddistano CONTEMPORANEAMENTE alle due precedenti condizioni?

Fernando Rossi

RISOLUZIONE
dedotta dalle risposte di Giuseppe Guarato e di Alessandro Francolini.

Indicando con le prime nove lettere dell'alfabeto, dalla a alla i, le nove cifre secondo la posizione scritta qui
$$\begin{array}{ccc} a & b & c\ + \\ d & e & f\ = \\ \hline g & h & i \end{array},$$
la prima condizione è soddisfatta quando valgono contemporaneamente le due equazioni:
$$1)\ \begin{cases} a+b+c+d+e+f+g+h+i = 45 \\ 100(a+d-g)+10(b+e-h)+c+f-i = 0 \end{cases}$$
Oppure introducendo le due nuove incognite m ed n (riporti) e articolando diversamente la seconda equazione, il sistema 1) può essere sostituito da:
$$2)\ \begin{cases} a+b+c+d+e+f+g+h+i = 45 & \\ c+f-i = 10m & m=0;1 \\ b+e-h+m = 10n & n=0;1 \\ a+d-g+n = 0 & \end{cases}$$
A seconda dei valori di m e n si hanno i seguenti quattro casi

I) $m=0$ $n=0$
CASO IMPOSSIBILE in quanto risulterebbe
$$2(a+b+c+d+e+f) = 2(g+h+i) = 45.$$

II) $m=1$ $n=1$
CASO IMPOSSIBILE in quanto risulterebbe
$$2(a+b+c+d+e+f) = 63$$
$$\text{e}\quad 2(g+h+i) = 27$$

III) $m=0$ $n=1$
Risulta:
$$\begin{array}{ll} a+b+c+d+e+f & = 27 \\ g+h+i & = 18 \\ c+f-i & = 0 \\ b+e-h & = 10 \\ a+d-g & = -1 \end{array}$$

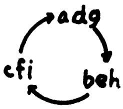
Si ha il seguente quadro delle possibilità basato sulle relazioni:

$b+e-h=10;\ g+h+i=18.$

	a + d - g	b + e - h	c + f - i
1)	1 3 5	9 8 7	4 2 6
2)	2 3 6	9 8 7	4 1 5
3)	4 1 6	9 8 7	2 3 5
4)	2 5 8	9 7 6	3 1 4
5)	1 2 4	9 7 6	5 3 8
6)	3 2 6	9 5 4	7 1 8
7)	6 1 8	9 4 3	5 2 7
8)	5 2 8	9 4 3	6 1 7
9)	5 1 7	9 4 3	2 6 8
10)	1 2 4	8 7 5	6 3 9
11)	6 2 9	8 7 5	3 1 4
12)	1 7 9	8 6 4	3 2 5
13)	3 1 5	8 6 4	7 2 9
14)	4 1 6	8 5 3	7 2 9
15)	7 1 9	8 5 3	4 2 6
16)	5 3 9	8 4 2	6 1 7
17)	5 1 7	8 4 2	6 3 9
18)	5 2 8	7 4 1	6 3 9
19)	5 3 9	7 4 1	6 2 8
20)	6 2 9	7 4 1	5 3 8
21)	4 3 8	6 5 1	7 2 9

IV) $m=1 \quad n=0$

Si ha una situazione che si deduce dal caso III) operando una sostituzione ciclica sulle terne adg, beh, cfi.



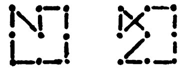
Si hanno intanto 42 soluzioni; ma poiché da ognuna di esse, per la proprietà commutativa della somma e la possibilità di scambiare le cifre degli addendi della stessa colonna, si hanno, con quella di partenza, otto soluzioni, come ad esempio dalla prima soluzione del III caso.

194+	192+	184+	182+
382=	384=	392=	394=
576	576	576	576
382+	384+	392+	394+
194=	192=	184=	182=
576	576	576	576

Ne consegue che le soluzioni soddisfacenti alla prima condizione sono in totale $42 \cdot 8 = 336$.

La seconda condizione si può realizzare con una catena connessa da una spezzata continua - chiusa o aperta - che attraversi una sola volta ogni casella. Le varie soluzioni sono chiaramente indicate dai seguenti grafici, dai quali se ne possono ottenere altri per ribaltamento, per simmetria o per rotazione:

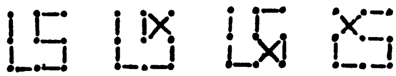
SPEZZATE CHIUSE



L'inizio può effettuarsi da qualsiasi casella.

SPEZZATE APERTE

dalla casella a alla casella c:



dalla casella a alla casella f:

dalla casella a alla casella i:

Quante diverse, complessivamente?

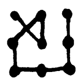
Soltanto quattro disposizioni soddisfano contemporaneamente alle due condizioni, e precisamente:

Due soluzioni derivano dalla 23), omessa: 2ª del IV caso:

129+
438=
567

;

139+
428=
576



;

e due derivano dalla 24), omessa: 3ª del IV caso:

219+
348=
567

;

319+
248=
567

.

QUESTIONE 182

In un cerchio una corda AB è uguale al lato del triangolo equilatero inscritto e P è un punto appartenente al maggiore dei due archi di estremi A, B.

Descritta la circonferenza di diametro AB che incontri le congiungenti AP e BP in M ed N, dimostrare che al variare di P sulla circonferenza si ha sempre

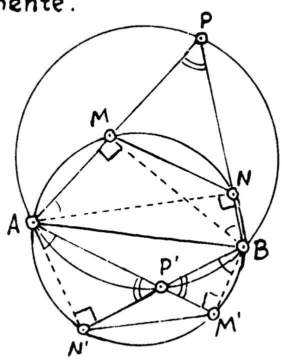
$$AP = 2 \cdot PN$$

e che la lunghezza del segmento MN rimane costante.

A. Cacciavillani

RISOLUZIONE
di Giuseppe Guarato

La proprietà si può generalizzare assumendo una corda qualsiasi AB: P e P' siano punti qualsiasi degli archi, di estremi A, B, maggiore e minore di una circonferenza. Le semirette AP, AP', BP, BP' incontrano la circonferenza di diametro AB, in M, M', N, N' rispettivamente.



Al variare di P e P' sui loro archi si ha:

$$\frac{AP}{PN} = \frac{BP}{PM} = \frac{BP'}{P'M'} = \frac{AP'}{P'N'} = K \text{ (costante)}$$

$$MN = M'N' = \text{costante}.$$

Infatti il quadrilatero AP'BP è inscritto, per cui:

1) $\widehat{AP'N'} = B\widehat{P'}M' = A\widehat{P}B$,

perchè tutti e tre supplementari di $A\widehat{P'}B$, che rimane costante al variare di P' sull'arco $\widehat{AB}$ minore di una semicirconferenza.

I triangoli

2) APN, BPM, BP'M', AP'N'

sono tutti simili perchè rettangoli rispettivamente in N, M, M', N' e con un angolo acuto uguale per la 1).

Da tale similitudine risulta appunto per qualunque posizione di P e P' sui loro archi:

$$\frac{AP}{PN} = \frac{BP}{PM} = \frac{BP'}{P'M'} = \frac{AP'}{P'N'} = K \text{ (costante)}.$$

Inoltre: $M\widehat{A}N = M\widehat{B}N = M'\widehat{A}N = M'\widehat{B}N'$

perchè supplementari degli angoli 1), e infine $MN = M'N' (= \text{costante})$.

Nel caso particolare in cui AB è il lato del triangolo equilatero inscritto risulta

$$A\widehat{P}N = 60° \text{ e } M\widehat{A}N = 30°$$

e i quattro triangoli 2) risultano rettangoli, (metà di triangoli equilateri). Ne segue $K = 2$ come dovevasi dimostrare.

In tal caso è anche

$$MN = M'N' = \tfrac{1}{2} AB.$$

QUESTIONE 183

Fra due potenze successive di

$$3^K \text{ e } 3^{K+1}$$

ci sono sempre *una* o *due* potenze successive di 2.

RISOLUZIONE
di Guido Gatti

La relazione

$$2^x < 3^K < 2^{x+1} \qquad (1)$$

indica che 2^x è la massima potenza di 2 inferiore a 3^K e che 2^{x+1} è la minima potenza di 2 maggiore di 3^K. Considerando che $2^x < 3^K$ si ha anche $2 \cdot 2^x < 3 \cdot 3^K$, ovvero

$$2^{x+1} < 3^{K+1} \qquad (2)$$

Dalla (1) e dalla (2) si ha:

$$3^K < 2^{x+1} < 3^{K+1}. \qquad (3)$$

Questa relazione ci assicura che fra 3^K e 3^{K+1} esiste certamente UNA potenza di 2.

Inoltre, poichè è per la (1)

$$3^K < 2^{x+1},$$

si ha successivamente:

$$3^K+3^K<2^{x+1}+2^{x+1} \quad ;$$
$$2\cdot 3^K<2\cdot 2^{x+1} \quad ;$$
$$3^K<2\cdot 3^K<2^{x+2} \quad .$$

A maggior ragione si ha

$$3^K+2\cdot 3^K<2^{x+2}+2^{x+2} \quad ;$$
$$3\cdot 3^K<2\cdot 2^{x+2} \quad ;$$
$$3^{K+1}<2^{x+3} \qquad (4)$$

La (3) e la (4) si fondono nella relazione

$$3^K<2^{x+1}<3^{K+1}<2^{x+3} \quad .$$

Quest'ultima indica che nell'intervallo compreso fra 3^K e 3^{K+1} non possono esserci più di due potenze di 2.

E, poichè nell'insieme $N=\{1,2,3,\dots n\}$ vi sono più potenze di 2 che potenze di 3, si può asserire che nell'intervallo $3^K - 3^{K+1}$ ci sono UNA O DUE AL MASSIMO potenze di 2.

Nel prossimo numero di MAGGIO pubblicheremo altre due interessanti dimostrazioni: una di Giuseppe Guarato e l'altra di Francesco Fogliotti.

PALESTRA DELLE GARE

RISULTATI della V GARA

OTTOBRE 1973 - DICEMBRE 1974

QUESTIONI 144-185

Ecco l'elenco dei Giovani ANGOLISTI che si sono distinti per il numero e per l'esattezza delle risoluzioni inviate:

1) MARTINOLLI Roberto - L.Sc."Oberdan" TRIESTE
RISOLUZIONI INVIATE 40 - PREMIO L.5000
2) JANNELLI Enrico - L.Sc."Fermi" BARI
RISOLUZIONI INVIATE 33 - PREMIO L.3000
3) SUCCI Marco - L.Sc."Volta" MILANO
RISOLUZIONI INVIATE 26 - PREMIO L.2000

LONGINOTTI Marco - L.Sc."L.da Vinci" FIRENZE (R.25)
FELICIAN Leonardo - L.Cl."Dante" TRIESTE. (R.24)
MANGANARO Marco - L.Sc."Oberdan-TRIESTE (R.21)
BIGI Mauro - L.Sc."Castelnuovo" FIRENZE (R.19)
BENINI Enrico - L.Sc."Galilei" TRIESTE (R.13)
TERRANOVA Diego - L.Sc."Oberdan" TRIESTE (R.10)
DEL BONO Vladi - L.Sc."Galilei" TRIESTE (R.9)
GAI David - L.Sc."Volta" MILANO (R.9)
BATIC Anna Maria - L.Sc. Sloveno-TRIESTE (R,8)
D'AMBROSIO Pasqua - L.Sc."Einstein" TORINO (R.8)
FRANCOLINI Alessandro - L.Sc.-BORGO S.LORENZO (R6)
BERNI Maurizio - L.Sc."Spallanzani" REGGIO EM. (R.5)

Un particolare elogio agli appassionati Angolisti - veramente fuoriclasse -
M° GIUSEPPE GUARATO - VALDAGNO
e Prof. FRANCESCO FOGLIOTTI - GENOVA-Samp.
le cui risposte originali costituiscono un valido aiuto per la Redazione.

RISOLUTORI DELLE QUESTIONI	179	180	181	182	183
AGROSI Aniello -DISO (Le)					▲
BENINI Enrico -L.Sc."Galilei"-TRIESTE		▲		▲	
BERNI Maurizio-L.Sc."Spallanzani"-REGGIO EM.		▲			
BIGI Mauro -L.Sc."Castelnuovo"-FIRENZE	▲	▲		▲	
DALLA COSTA Irma -L.Class.-PADOVA				▲	▲
FELICIAN Leonardo -L.Cl."Dante"-TRIESTE	▲				
FOGLIOTTI Francesco -GENOVA-SAMPIERDARENA	▲	▲	▲	▲	▲
FRANCOLINI Alessandro -L.Scient.-BORGO S.LORENZO	▲	▲	▲	▲	
GALLAI Stefano-L.Class.-CITTA'di CASTELLO	▲	▲	▲		
GAI David -L.Sc."Volta" - MILANO	▲	▲		▲	▲
GATTI Guido - CREMONA					▲
GUARATO Giuseppe-VALDAGNO	▲	▲	▲	▲	▲
JANNELLI Enrico -L.Sc."Fermi"-BARI	▲				
LONGINETTI Marco-L.Sc."L.da Vinci"-FIRENZE	▲	▲	▲	▲	▲
MARTINOLLI Roberto-L.Sc."Oberdan"-TRIESTE ★	▲	▲	▲	▲	▲
SUCCI Marco - L.Sc."Volta"-MILANO	▲	▲	▲	▲	▲
TERRANOVA Diego -L.Sc."Oberdan" - TRIESTE				▲	
VIOLA Paolo -TRIESTE	▲	▲	▲	▲	

★ R. Martinolli ha inviato anche le risposte alle Questioni 143, 144, 145, 150, 175.

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE GRUPPO III - 70%

PER FAVORE, NON CESTINATE.

Se questo periodico non vi interessa, vi preghiamo di passarlo ad un appassionato che voglia sottoscrivere l'abbonamento, oppure di respingere le copie ricevute, in busta affrancata come stampe, al mittente:

ANGOLO ACUTO - Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE

Coloro che trattengono ANGOLO ACUTO
sono pregati di inviare con sollecitudine la loro quota di abbonamento.

Per la costituzione di un fondo-premi per i più bravi Giovani risolutori delle questioni proposte nella Palestra delle Gare, inviate quote multiple di L. 1000.

AMICI SOSTENITORI di Angolo acuto

Prof. Fernanda Cavaliere - PADOVA
Prof. Luisa Curti - REGGIO EMILIA
Prof. Alessandro Dal Bon - RONCANOVA
Sig. Bruno Giordano - REGGIO CALABRIA
Prof. Enza Davolio - REGGIO EMILIA
Prof. Mario De Grazia - FROSINONE
Prof. Alessandro Maggi - FIRENZE
(più L. 2000 per fondo-premi)
Prof. Francesco Benso - ALBENGA
Prof. Cesare Carbone - BATTIPAGLIA
Prof. Annunziata Contigiani - CIVITANOVA Marche
Prof. Antonio Barbanera - TERNI
Prof. Massimo Fedri - FIRENZE
Sig. Carlo Felice Ottaviani - FIRENZE
Ing. Antonio Vincelli - CASACALENDA
Prof. Flora Fiorentini - FIRENZE
Prof. Maria Silvia Boccato - TREVISO
Prof. Gianfranco Franchi - S. GIOVANNI V.
Prof. Antonio De Crescenzo - NAPOLI

IL FASCICOLO DI MAGGIO SARA' INVIATO SOLAMENTE AGLI ANGOLISTI CHE HANNO RINNOVATO L'ABBONAMENTO

AVVERTENZE IMPORTANTI PER I RISOLUTORI *Si raccomanda di usare fogli distinti per le singole risposte. Ciascuna risposta dovrà portare il cognome e il nome del risolutore e l'indirizzo esatto e completo del numero di codice postale. Gli studenti indichino anche la classe e l'Istituto frequentato nel corrente anno scolastico e l'età. Le risposte delle questioni proposte in questo fascicolo dovranno essere inviate ad*

ANGOLO ACUTO, Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE
al più presto possibile

Per ogni questione proposta saranno pubblicati i nomi di tutti i risolutori e le risposte migliori. Annualmente sarà compilata una graduatoria fra i Giovani che si saranno distinti per assiduità, esattezza ed ordine e saranno assegnati loro dei premi in libri.

Registrato presso il Tribunale di Firenze al n. 2051 in data 13 gennaio 1970
Direttore responsabile: *Giuseppe Spinoso*

Stampato dalla Tip. "G. Capponi" - Firenze

USPI
Associato all'USPI
Unione Stampa Periodica Italiana