ANNO VI - 1975

l'Angolo acuto

maggio

5

Palestra per i Giovani appassionati di Matematica

Periodico mensile
a cura di Giuseppe Spinoso
Via Cairoli, 78 - 50131 FIRENZE

conto corrente postale 5/27919
telefono 588.429

Abbonamenti per il 1975

Studenti	L.	1800
Professori e Scuole	L.	2200
Sostenitori	L.	3000
Annate arretrate	L.	1800

L'abbonamento è annuale e decorre da gennaio.

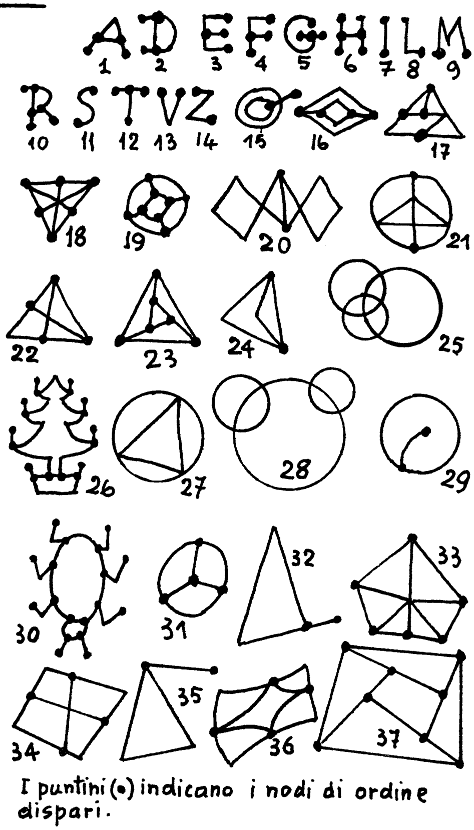
A pagina 14 del numero 6 - V - 1974 avevamo pubblicato:

QUESITI TOPOLOGICI

Delle seguenti figure quali sono "*topologicamente equivalenti*"? quali cioè si possono ottenere, l'una dall'altra, per "deformazione continua"?

Quali sono percorribili a tratto continuo e quali non lo sono? E perchè?

(Si tenga presente anche: «PROBLEMI ELEMENTARI di TOPOLOGIA», n. 6, V-1974 - pag. 1 *ed* ERRATA-CORRIGE, n 1·2, VI-1975 - pag. 6 - *di* ANGOLO ACUTO*).*



I puntini (•) indicano i nodi di ordine dispari.

RISPOSTA
di Giuseppe Guarato di VALDAGNO

Ricordiamo che due figure, topologicamente equivalenti, rimangono tali, anche se ad una di esse si aggiunge o si sottrae un certo numero di nodi di ordine due; ciò si può spiegare osservando che su una linea ogni punto è un nodo di ordine due.

Per facilitare la risposta abbiamo messo le figure in corrispondenza biunivoca con i numeri naturali da 1 a 37.

Sono topologicamente equivalenti i seguenti gruppi: I. (1,2,10); II. (3,4,5,12); III. (7,8,9,11,13,14); IV (22,34); V. (19,37); VI. (18,33); VII. (26,30); VIII (32,35).
Le altre quattordici figure rimangono isolate.

Sono percorribili a tratto continuo le figure dei gruppi III e VIII e le figure 15, 20, 21, 24, 25, 27, 28, 29 e 36 in quanto i nodi dispari di esse sono o due o non ci sono.
Le altre figure non sono percorribili a tratto continuo in quanto i nodi dispari sono quattro o piu di quattro, come e' facile verificare (Nelle figure precedenti sono stati indicati tutti i nodi dispari).

LA PALESTRA DELLE GARE

QUESTIONI PROPOSTE

(Non sono poste in ordine di difficoltà)
Avvertenze per i risolutori a pag. 8.

QUESTIONE 201

Dimostrare che in un quadrilatero qualunque ABCD, circoscritto ad un cerchio, *la differenza dei rettangoli dei lati opposti è uguale al rettangolo della somma e della differenza dei segmenti congiungenti i punti medi dei lati opposti;* cioè, detti M, N, P, Q i punti medi dei lati AB, BC, CD, DA, si ha

$$\overline{AB}\cdot\overline{CD}-\overline{BC}\cdot\overline{DA}=(MP+NQ)(MP-NQ)$$

QUESTIONE 202

Risolvere l'equazione

$$x^3+6x^2+9x+2+\sqrt{2}=0.$$

QUESTIONE 203

Circoscrivere un quadrato ad un dato quadrilatero convesso.
Condizioni di possibilità.

QUESTIONE 204

Risolvere l'equazione:

$$1\cdot2\cdot3+4\cdot5\cdot6+7\cdot8\cdot9+\cdots$$
$$\cdots(x-5)(x-4)(x-3)+(x-2)(x-1)x=630.$$

QUESTIONE 205

In quanti modi puo' leggersi
ANGOLO
nella scritta seguente, muovendosi, anche ripetutamente, secondo il movimento della TORRE nel gioco degli scacchi?

```
          O
        O L O
      O L O L O
    O L O G O L O
  O L O G N G O L O
O L O G N A N G O L O
  O L O G N G O L O
    O L O G O L O
      O L O L O
        O L O
          O
```

RISOLUZIONI DELLE QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 183

Fra due potenze successive di 3,
3^K e 3^{K+1}
ci sono sempre UNA o DUE potenze successive di 2.

Nel numero precedente abbiamo pubblicato una prima risoluzione di Guido GATTI di Cremona.

RISOLUZIONE
di Giuseppe Guarato di Valdagno.

E' necessario far vedere che la relazione

$$(1)\qquad 3^K<2^x<3^{K+1}\qquad (K,x\in N)$$

e' sempre soddisfatta da uno o da due valori di x per ogni valore di K.
Poichè la funzione logaritmica e' crescente quando la base del logaritmo e' maggiore di 1, pren-

dendo i logaritmi in base 2, dalla (1) si ha:

(2) $\qquad K \cdot \lg_2 3 < x < (K+1) \cdot \lg_2 3$, ossia:

(3) $\qquad 1{,}5849649 \cdot K < x < 1{,}5849649 \cdot (K+1)$.

Dalla (3) appare evidente che per ogni valore di K le caratteristiche dei logaritmi estremi differiscono sempre di una o di due unità al massimo. Qui la questione sarebbe chiusa in quanto risulta dimostrato che esistono sempre uno o due valori di x per ogni valore di K.

Noi possiamo osservare che se per $K = K_i$ esiste un valore di x, per $K = K_{i+1}$ i valori di x sono senz'altro due.

Non sempre però è vero l'inverso e cioè se per $K = K_j$ esiste un valore di x, per $K = K_{j+1}$ può darsi che esistano ancora due valori di x.

Ciò è dovuto al fatto che $\lg_2 3 = 1{,}5849649$ eccede di 0,0849649 il numero 1,5 che manterrebbe inalterata, al succedererersi dei valori di K l'alternanza 1-2-1-2-......dei possibili valori di x.

A tale eccesso è da attribuire il modo strano con cui è distribuita la successione di uno o di due valori di x al variare continuo di K. Riportiamo di seguito una limitata successione di K per cui si hanno due valori di x, scritti fra parentesi: K$(x, x+1)$.

1 (2,3); 3 (5,6); 5 (8,9); 6 (10,11); 8 (13,14); 10 (16,17);
11 (18,19); 13 (21,22); 15 (24,25); 17 (27,28); 18 (29,30); 20 (32,33);
22 (35,36); 23 (37,38); 25 (40,41); 27 (43,44); 29 (46,47); 30 (48,49);
32 (51,52); 34 (54,55); 35 (56,57); 37 (59,60); 39 (62,63);
41 (65,66); 42 (67,68); 44 (70,71); 46 (73,74); 47 (75,76); 49 (78,79);
51 (81,82); 52 (83,84); 54 (86,87); 56 (89,90); ..... 75 (119,120); ......

RISOLUZIONE di Francesco Fogliotti di GENOVA-SAMPIERD.

Scriviamo alcune potenze di 3 nel sistema binario: l'ultimo "bit" a sinistra ci segnala la massima potenza di 2 contenuta in quella potenza di base 3. Esempi: $3^2 = \overset{3}{1}\overset{2}{0}\overset{1}{0}\overset{0}{1}$ cioè in 3^2 la massima potenza di 2 è 2^3.

$3^4 = 1010001$ " " 3^4 " " " " " " 2^6.

$3^7 = 100010001011$ " " 3^7 " " " " " " 2^{11}

19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	← ESPONENTI di 2
																			1	$3^0 = 1$
																		1	1	$3^1 = 3$
																1	0	0	1	$3^2 = 9$
															1	1	0	1	1	$3^3 = 27$
													1	0	1	0	0	0	1	$3^4 = 81$
												1	1	1	1	0	0	1	1	$3^5 = 243$
										1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	$3^6 = 729$
								1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	$3^7 = 2187$
							1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	$3^8 = 6561$
					1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	$3^9 = 19683$
				1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	$3^{10} = 59049$
		1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	$3^{11} = 177147$
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	$3 = 531441$

Come risulta dal precedente prospetto è verificato l'asserto; cioè quando l'ultimo bit di sinistra è preceduto da 1, tra le due potenze successive di 3 ci sono sicuramente due potenze successive di 2; quando invece è preceduto da 0 tra le due potenze successive di 3 ci possono essere una o due potenze successive di 2.

Al momento di preparare questa pagina per la stampa, ci giungono, in ritardo, le risposte alle questioni 179-184 di E. Jannelli. Pubblichiamo qui la sua risposta che ci sembra sintetica e completa, anche se non differisce molto da quella pubblicata nel precedente fascicolo.

RISOLUZIONE di Enrico Jannelli del L. Sc. "Fermi" di Bari

Detta 2^x la potenza di 2 immediatamente inferiore a 3^k, si ha evidentemente la seguente serie di disuguaglianze:

$$2^x < 3^k ; \quad 3^k < 2^{x+1} ; 2^{x+1} < 2\cdot 3^k ; 2\cdot 3^k < 3^{k+1}$$

$$\Rightarrow \quad 3^k < 2^{x+1} < 3^{k+1} .$$

Quindi fra 3^k e 3^{k+1} c'è sempre almeno una potenza di 2.

Se $2^{x+2} < 3^{k+1}$, cioè se $\frac{4}{3} \cdot 2^x < 3^k$ tra 3^k e 3^{k+1} ci saranno due potenze successive di 2; si avrà cioè:

$$3^k < 2^{x+1} < 2^{x+2} < 3^{k+1} .$$

Non ci possono essere, tra 3^k e 3^{k+1}, più di due potenze successive di 2. Infatti, da ciò ne conseguirebbe

$$2^{x+3} < 3^{k+1} \Rightarrow \frac{8}{3} \cdot 2^x < 3^k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}+2\right) 2^x < 3^k \Rightarrow \frac{2}{3} 2^x + 2^{x+1} < 3^k$$

che è contro l'ipotesi $2^{x+1} > 3^k$.

QUESTIONE 184

Determinare la minima distanza della retta di equazione

$$4x - 3y + 12 = 0$$

dalla parabola di equazione

$$y^2 = 8x .$$

P. Scirè.

RISOLUZIONE di Giuseppe Guarato di Valdagno.

Sia $P\left(\frac{y^2}{8} ; y\right)$ un punto qualsiasi della parabola. La sua distanza dalla retta data è:

$$d = \frac{\left|\frac{4y^2}{8} - 3y + 12\right|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|y^2 - 6y + 24|}{10} .$$

Derivando si ha:

$$d' = \frac{y-3}{5} .$$

Ne consegue che la distanza d cresce per $y > 3$ e decresce per $y < 3$. Si ha allora un minimo per

$$y = 3$$

Il punto che ha minima distanza dalla retta è allora

$$P\left(\frac{9}{8} ; 3\right)$$

e la minima distanza è

$$d_m = \frac{|9 - 18 + 24|}{10} = \dots = \frac{3}{2} .$$

RISOLUZIONE di Francesco Fogliotti di Genova-Samp.

I MODO - La retta tangente alla parabola e parallela alla retta data individua il punto sulla parabola che che ha la minima distanza dalla retta data; in altre parole si tratta di trovare l'ascissa di questo punto della parabola in cui il coefficiente angolare della retta tangente sia $4/3$. Sia x_0 l'ascissa di questo punto, si ha

$$m_{x_0} = f'(x_0) = f'_{x_0}(\sqrt{8x}) = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{x_0}} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x_0}} = \frac{4}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{9}{8}$$

ossia $P\left(\frac{9}{8} ; 3\right)$, ecc.

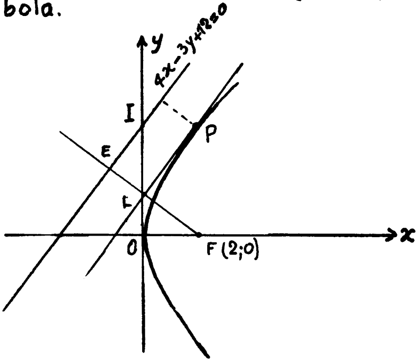
II MODO (senza l'uso della nozione di derivata).

L'equazione del fascio di rette parallele alla retta data è $4x - 3y + h = 0$. Facendo sistema con l'equazione della parabola si deduce l'equazione in y $y^2 - 6y + 2h = 0$. Imponendo la condizione $\Delta = 0$ si deduce $9 - 2h = 0$, cioè $h = \frac{9}{2}$,

allora $y = 3 \pm \sqrt{\Delta} = 3$; ... ; $8x = 3^2$
e si ritrova $P\left(\frac{9}{8};3\right)$ ecc.

III Modo

La parabola ha per asse di simmetria l'asse x; Fuoco $F(2;0)$; $V \equiv O$; concavità rivolta verso il semiasse positivo delle ascisse.
La retta data ha coeff. angolare $4/3$; interseca l'asse y nel punto $I(0;4)$ e non taglia la parabola.



La perpendicolare condotta da F alla retta data ha per equazione
$y - 0 = -\frac{3}{4}(x-2)$ cioè $3x+4y-6=0$
ed incontra la tangente in un punto L dell'asse y (*Podaria* del fuoco rispetto alla parabola): $L\left(0;\frac{3}{2}\right)$.
Pertanto la distanza di L dalla retta data è

$$\frac{|4\cdot 0 - 3\cdot 3/2 + 12|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{\left|12 - \frac{9}{2}\right|}{5} = \frac{3}{2}.$$

RISOLUZIONE di Stefano Gallai del L.Cl. "Plinio il Giovane" di CITTA' DI CASTELLO (PG).

.... Dopo aver determinato, senza l'uso delle derivate (II MODO), l'equazione della tangente

$$y = \frac{4}{3}x + \frac{3}{2}$$

il Gallai sceglie su di essa, per comodità di calcolo, il punto di ascissa 0, $L\left(0;\frac{3}{2}\right)$, conduce da L la retta perpendicolare alla retta data

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

e risolve il sistema

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 4 \\ y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

derminando le coordinate di E (proiezione di L sulla retta data)

$$E\left(-\frac{6}{5};\frac{12}{5}\right)$$

e calcola infine la distanza $\overline{LE}$ richiesta.

$$\overline{LE} = \sqrt{\left(0+\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}-\frac{12}{5}\right)^2} = \dots = \frac{3}{2}.$$

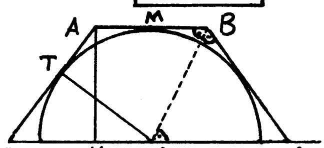
QUESTIONE 185

Costruire un trapezio isoscele di perimetro dato 2p circoscritto ad una semicirconferenza di raggio dato r. E' richiesta una risoluzione geometrica. Discussione.

Per questa questione erano previsti due premi (L. 3000 e L. 2000) che sono stati assegnati rispettivamente a
Mario Succi di MILANO e a
Guido Gatti di Cremona.

PREMESSA. Anzitutto va ricordata una nota proprietà del trapezio isoscele (ABCD) circoscritto ad una SEMICIRCONFERENZA di centro O e raggio r.

PROPRIETÀ $\boxed{BC = OC}$



I DIMOSTRAZIONE

$A\hat{B}O = O\hat{B}C$ (BO è la bisettrice dell'angolo formato dalle tangenti da B alla semicirconferenza)
Inoltre $A\hat{B}O = B\hat{O}C$ (angoli alterni interni ....), quindi (propr. transit.)

$$O\hat{B}C = B\hat{O}C$$

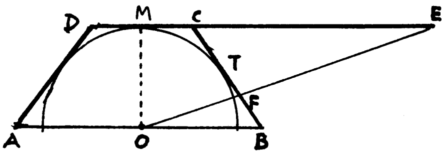
Il triangolo OBC risulta così isoscele sulla base BO, quindi $\overline{BC}=\overline{OC}$

II DIMOSTRAZIONE

I triangoli AHD e OTD, rettangoli in H e T rispettivamente, sono congruenti perchè hanno l'angolo D in comune ($A\hat{D}H$ e $O\hat{D}T$) e perchè
$$OT=(OM)=AH$$
In particolare si ha
$\overline{AD}=\overline{OD}$ (ipotenuse di triangoli congruenti).

RISOLUZIONE di Mario Succi del L.Sc. "A. Volta" di MILANO

Suppongo il problema risolto e riporto sul prolungamento di DM il segmento $\overline{ME}=p$ e sia F il punto di intersezione tra EO e CB.



Osservo i triangoli CEF e BOF che risultano simili ($\hat{B}=\hat{C}$ e $\hat{O}=\hat{E}$)
Inoltre tenendo conto che
$$CB=BO \quad \text{(vedi PREMESSA)}$$
osservo che
$$\overline{CE}=p-\overline{MC}=2\cdot\overline{OB}$$
e perciò
$$\overline{FE}=2\cdot\overline{FO}.$$

COSTRUZIONE

Traccio due rette parallele s e t a distanza r e la semicirconferenza $O(r)$ $[O\in t]$, dalla parte della retta s.
Detto M il punto di tangenza con s, riporto su s da M il segmento $\overline{ME}=p$. Divido OE in tre parti uguali e determino F in modo che sia $FE=2\overline{OF}$.
Conduco da F la tangente (o le tangenti) alla semicirconferenza. La circonferenza di diametro OF determina sulla semicirconferenza $O(r)$ il punto di tangenza T (o i punti di tangenza). I punti di intersezione della tangente FT con s e t, sono i vertici B e C del trapezio. D e A sono i punti simmetrici di C e B nella simmetria di asse OM.

DISCUSSIONE. Affinchè il trapezio sia costruibile occorre che F sia esterno alla semicirconferenza; cioè deve essere
$$OE\geqslant 3r \;;\; \sqrt{p^2+r^2}\geqslant 3r \;;$$
$$p^2\geqslant 8r^2 \;;\; \boxed{p\geqslant 2r\sqrt{2}}.$$
Da F si possono costruire due tangenti se F risulta interno al quadrato $MOLN$ cioè se $\boxed{p\leqslant 3r}$

Riassumendo si ha: Per

$p=2\sqrt{2}r$ esiste un trapezio (soluzione doppia);

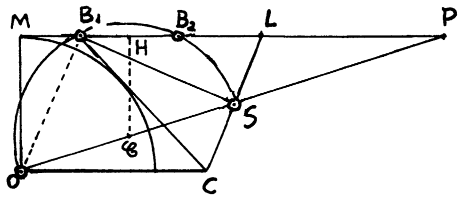
$2\sqrt{2}r<p<3r$ esistono due trapezi distinti;

$p=3r$ esistono un trapezio e un rettangolo;

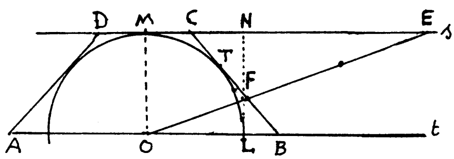
$p>3r$ esiste un trapezio.

RISOLUZIONE di Guido Gatti di CREMONA

Il problema si riduce a costruire il trapezio rettangolo $MBCO$ (metà del trapezio richiesto). Deve essere $\overline{MO}=r$, $\overline{MB}+\overline{BC}+\overline{OC}=p$; e poichè $BC=OC$ (vedi PREMESSA)
$$\overline{MB}+2\overline{OC}=p.$$



Si riporti sul prolungamento di MB $\overline{BL}=\overline{BC}$
e sul prolungamento di BL
$$\overline{LP}=\overline{BL}=\overline{BC}=\overline{OC}.$$
Ne segue
$$\overline{MP}=p.$$



Risulta che il triangolo BLC è isoscele ($BL = BC$) ;
OC è uguale e parallelo a LP quindi $OCLB$ è un parallelogramma. Posto $S \equiv (OP \cap LC)$ ne segue
$$OS = SP \quad , LS = SC .$$
Allora BS, mediana di $C\hat{B}L$ che è isoscele, ne sarà anche bisettrice e altezza.
D'altra parte BO è bisettrice di $M\hat{B}C$ quindi $O\hat{B}S$ è retto.
Allora per la determinazione di B, su MP, basta condurre la semicirconferenza di diametro OS.
Questa semicirconferenza incontra la retta MP
se $O\mathcal{C} \geqslant \mathcal{C}H$ ovvero | $\mathcal{C}$ punto medio di OS ; H proiezione di $\mathcal{C}$ su MP

$$\frac{\sqrt{r^2+p^2}}{4} \geqslant \frac{3}{4}r \Rightarrow \sqrt{r^2+p^2} \geqslant 3r,$$
$$p^2 \geqslant 8r^2 \Rightarrow p \geqslant 2\sqrt{2}\, r.$$

Si hanno due soluzioni:
se $\overline{MB_2} \leqslant r$
cioè se $\overline{MH} + \overline{HB_2} \leqslant r$;
$$\overline{MH} + \sqrt{\overline{\mathcal{C}B}^2 - \overline{\mathcal{C}H}^2} \leqslant r \quad ;$$
$$\frac{p}{4} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{r^2+p^2}}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}r\right)^2} \leqslant r \quad ;$$
$$\frac{p}{4} + \frac{\sqrt{p^2-8r^2}}{4} \leqslant r \quad ;$$
$$\sqrt{p^2-8r^2} \leqslant 4r - p ; \quad \boxed{p \leqslant 3r} .$$

Esiste una sola soluzione per $p < 3r$

L'angolista Giuseppe Guarato ci ha inviato una interessante costruzione geometrica dedotta da una sua risoluzione grafica della equazione $a\,tg^2 z - b\,tg\, z + c = 0$, apparsa nel numero 5/6 del 1950 di ANGOLO ACUTO, che qui ripubblichiamo per i Giovani Angolisti.

RISOLUZIONE GRAFICA della equazione
$a\,tg^2 z - b\,tg\,z + c = 0$
con costruzione immediata degli angoli che soddisfano l'equazione stessa.

In un sistema di assi cartesiani ortogonali si considerino i punti $A(0;a)$, $B(b;0)$, $D(b;c)$.
L'equazione della circonferenza di diametro AD è

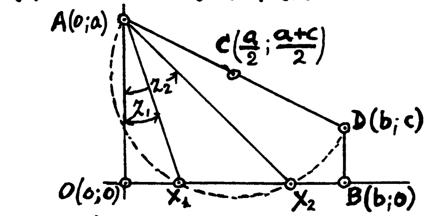
(1) $x^2 + y^2 - bx - (a+c)y + ac = 0$.

Le intersezioni X_1 e X_2 della (1) con l'asse delle x

(2) $y = 0$

si ottengono risolvendo il sistema formato dalla (1) e dalla (2), ovvero l'equazione che ne deriva:

(3) $x^2 - bx + ac = 0$



Si ottiene
$$\overline{OX_1} = \frac{b - \sqrt{b^2-4ac}}{2} ; \quad \overline{OX_2} = \frac{b + \sqrt{b^2-4ac}}{2}$$
e quindi
$$\frac{OX_1}{OA} = \frac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} ; \quad \frac{OX_2}{OA} = \frac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} ;$$
e perciò le espressioni
$$\frac{OX_1}{OA} \text{ e } \frac{OX_2}{OA}$$
sono le radici dell'equazione
$$ax^2 - bx + c = 0$$
Quando $x = tg\, z$ si ha subito:
$$z_1 = O\hat{A}X_1 \quad , \quad z_2 = O\hat{A}X_2 .$$

Giuseppe Guarato

Rimandiamo al prossimo numero la risoluzione di G. Guarato. Intanto gli Angolisti possono provare a trovarla ...da soli.

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE GRUPPO III - 70%

PER FAVORE, NON CESTINATE.

Se questo periodico non vi interessa, vi preghiamo di passarlo ad un appassionato che voglia sottoscrivere l'abbonamento, oppure di respingere le copie ricevute, in busta affrancata come stampe, al mittente:

ANGOLO ACUTO - Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE

Coloro che trattengono ANGOLO ACUTO
sono pregati di inviare con sollecitudine la loro quota di abbonamento.

Per la costituzione di un fondo-premi per i più bravi Giovani risolutori delle questioni proposte nella Palestra delle Gare, inviate quote multiple di L. 1000.

AMICI SOSTENITORI di Angolo acuto

Prof. Tullia Panerai - FIRENZE
Prof. Luigi Chieppa - MINERVINO MURGE
Prof. Mariano Bruni - COSENZA
Prof. Soccorso Scalone AVELLINO
Prof. Emilio Toccafondo - LUCCA

PER MANCANZA DI SPAZIO RIMANDIAMO AL PROSSIMO NUMERO. LA PUBBLICAZIONE DELL'ELENCO DEI RISOLUTORI DELLE QUESTIONI 184 — 185.

RUBRICA INTERMEDIARIO

Il Sig. Marco Alberti di Genova chiede agli Angolisti una risoluzione del seguente quesito:

«Dimostrare che se un quadrilatero ABCD è inscrittibile, gli incentri dei triangoli ABC, BCD, CDA, DAB sono vertici di un rettangolo.»

AVVERTENZE IMPORTANTI PER I RISOLUTORI *Si raccomanda di usare fogli distinti per le singole risposte. Ciascuna risposta dovrà portare il cognome e il nome del risolutore e l'indirizzo esatto e completo del numero di codice postale. Gli studenti indichino anche la classe e l'Istituto frequentato nel corrente anno scolastico e l'età. Le risposte delle questioni proposte in questo fascicolo dovranno essere inviate ad*

ANGOLO ACUTO, Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE
al più presto possibile

Per ogni questione proposta saranno pubblicati i nomi di tutti i risolutori e le risposte migliori. Annualmente sarà compilata una graduatoria fra i Giovani che si saranno distinti per assiduità, esattezza ed ordine e saranno assegnati loro dei premi in libri.

Registrato presso il Tribunale di Firenze al n. 2051 in data 13 gennaio 1970
Direttore responsabile: *Giuseppe Spinoso*

Stampato dalla Tip. "G. Capponi" - Firenze

USPI

Associato all'USPI
Unione Stampa Periodica Italiana