ANNO VI - 1975

L'Angolo acuto

Palestra per i Giovani appassionati di Matematica

dicembre

12

Periodico mensile

a cura di Giuseppe Spinoso
Via Cairoli, 78 - 50131 FIRENZE

conto corrente postale 5/27919

ABBONAMENTI PER IL 1976

Studenti	L. 2000.
Professori e scuole	L. 2400.
Sostenitori da	L. 3000.
Annate arretrate	L. 2000.

L'abbonamento è annuale e decorre da gennaio.

LA PALESTRA DELLE GARE

QUESTIONI PROPOSTE

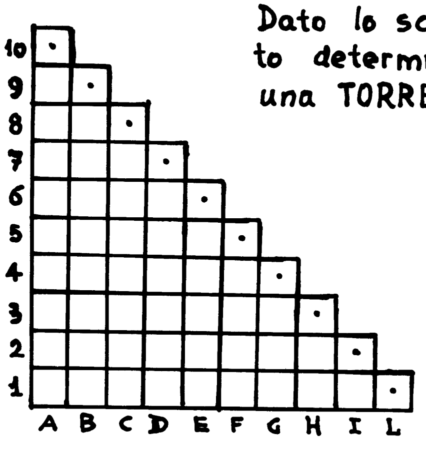
Avvertenze per i Risolutori a pagina 2.

QUESTIONE 228 — ALCHIMIA CRIPTARITMETICA

Ricostruire l'addizione qui accanto indicata: FERRO, RAME, ORO, RADIO sono quattro numeri dispari Quante soluzioni ?

```
FERRO +
 RAME +
  ORO =
-------
RADIO
```

QUESTIONE 229



Dato lo schema grafico qui accanto indicato determinare gli itinerari che può seguire una TORRE degli scacchi posta in A_1 per raggiungere con movimenti solo verso destra e verso l'alto ciascuna delle seguenti posizioni :

A_{10}, B_9, C_8, D_7, E_6,
L_1, I_2, H_3, G_4, F_5.

QUESTIONE 230

Determinare le soluzioni intere e frazionarie della equazione

$$x^y = y^x$$

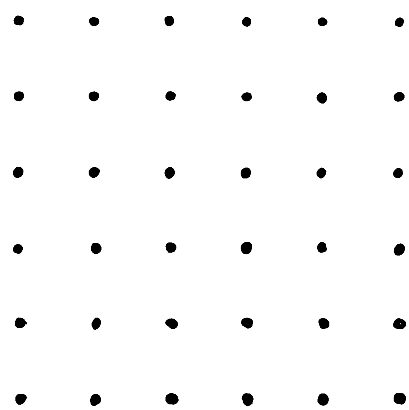
QUESTIONE 231

Determinare tre numeri sapendo

1) che sono in progressione geometrica;
2) che aggiungendo 8 al secondo numero, si ottiene una progressione aritmetica;
3) che aggiungendo 64 al terzo termine di quest'ultima progressione si ottiene nuovamente una progressione geometrica.

QUESTIONE 232

Considerate i 36 punti del quadrato qui disegnato.
Quanti sono i quadrati che hanno per vertici quattro di questi punti?
Determinare le aree e i perimetri dei vari tipi di quadrati, tenendo presente che il perimetro del quadrato minimo e' cm 4.



AVVERTENZE IMPORTANTI PER I RISOLUTORI *Si raccomanda di usare fogli distinti per le singole risposte. Ciascuna risposta dovrà portare il cognome e il nome del risolutore e l'indirizzo esatto e completo del numero di codice postale. Gli studenti indichino anche la classe e l'Istituto frequentato nel corrente anno scolastico e l'età. Le risposte delle questioni proposte in questo fascicolo dovranno essere inviate ad*

ANGOLO ACUTO - Via Cairoli 78 - 50131 FIRENZE

al più presto possibile

Per ogni questione proposta saranno pubblicati i nomi di tutti i risolutori e le risposte migliori. Annualmente sarà compilata una graduatoria fra i Giovani che si saranno distinti per assiduità, esattezza ed ordine e saranno assegnati loro dei premi in libri.

RISOLUZIONI DELLE QUESTIONI PROPOSTE

QUESTIONE 158

MATURITA' SCIENTIFICA
Sessione Suppletiva 1973 - II QUESITO

In un riferimento cartesiano ortogonale Oxy siano date la parabola di equazione $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{27}{8}$ (1)
e le circonferenze di equazione $x^2 + y^2 - 2Ky = 0$ (2)
con K parametro reale.
Delle predette circonferenze si consideri quella che risulta tangente alla parabola ed appartiene al semipiano $y \geq 0$.
Si scrivano le equazioni delle rette tangenti comuni alla parabola stessa e alla circonferenza e si dica qual è l'ampiezza dell'angolo formato dalle due tangenti.

RISOLUZIONE

di Davide Gai del L. Scientifico "A. Volta" di MILANO

La parabola (1) ha il vertice nel punto $V(0; 27/8)$ ed ha la concavità rivolta verso il semiasse negativo della y. La (2) rappresenta un fascio di circonferenze con il centro $C(0; K)$ sull'asse delle y, tangenti all'asse x nell'origine e aventi il raggio $\overline{CO} = K$.
Per determinare la circonferenza richiesta si elimina x^2 fra la (1) e la (2) e si ha l'equazione

$$y = -\frac{2}{3}(-y^2 + 2Ky) + \frac{27}{8} \quad \text{ossia} \quad 16y^2 - 8(4K+3)y + 81 = 0 \quad (3)$$

e si uguaglia a zero il discriminante di quest'ultima.
Si ha: $\frac{\Delta}{4} = 16(4K+3)^2 - 16 \cdot 81 = 0$ per $(4K-3)^2 - 81 = 0$
cioè per $(4K+3+9)(4K+3-9 = 0, \Rightarrow (4K+12)(4K-6) = 0$
e quindi $K_1 = -3$ e $K_2 = 3/2$
Scartando il valore $K_1 = -3$ che fornisce una circonferenza giacente nel semipiano $y < 0$ si assume il valore $K = 3/2$. La circonferenza cercata ha per equazione

$$x^2 + y^2 - 3y = 0 \quad (4) \quad \Rightarrow \quad C\left(0; \frac{3}{2}\right) \text{ e raggio } \overline{OC} = \frac{3}{2}.$$

Sostituendo $K=\frac{3}{2}$ nella (3) e risolvendo si ha $y_1 = y_2 = \frac{9}{4}$; ne segue, dalla (2),
$x_1 = -\frac{3}{4}\sqrt{3}$ e $x_2 = \frac{3}{4}\sqrt{3}$. I punti di tangenza sono quindi $T_1\left(-\frac{3}{4}\sqrt{3}\,;\,\frac{9}{4}\right)$ e $T_2\left(\frac{3}{4}\sqrt{3}\,;\,\frac{9}{4}\right)$.

Le tangenti t_1 e t_2 in T_1 e T_2 sono perpendicolari rispettivamente ai raggi CT_1 e CT_2
I coefficienti angolari delle rette CT_1 e CT_2 sono

$$m_{CT_1} = \frac{\frac{3}{2}-\frac{9}{4}}{0+\frac{3}{4}\sqrt{3}} = \dots = -\frac{1}{\sqrt{3}} \;; \quad m_{CT_2} = \frac{\frac{3}{2}-\frac{9}{4}}{0-\frac{3}{4}\sqrt{3}} = \dots = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

e quindi

$$m_{t_1} = -\frac{1}{m_{CT_1}} = \sqrt{3} \quad \text{e} \quad m_{t_2} = -\frac{1}{m_{CT_2}} = -\sqrt{3}$$

Le equazioni di tali tangenti sono

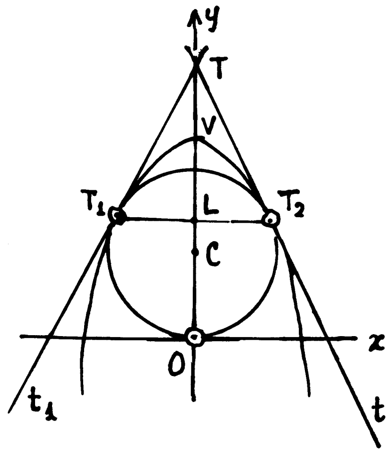
$t_1)$ $\sqrt{3}x - y + \frac{9}{2} = 0$ $\qquad$ $t_2)$ $\sqrt{3}x + y - \frac{9}{2} = 0$

$\Rightarrow$ $T \equiv (t_1 \cap t_2) \equiv \left(0;\frac{9}{2}\right)$.

Poichè risulta

$$\overline{TT_1} = \overline{T_1T_2} = \overline{TT_2} = \dots = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

il triangolo TT_1T_2 risulta equilatero e quindi l'angolo T_1TT_2 misura $60°$.



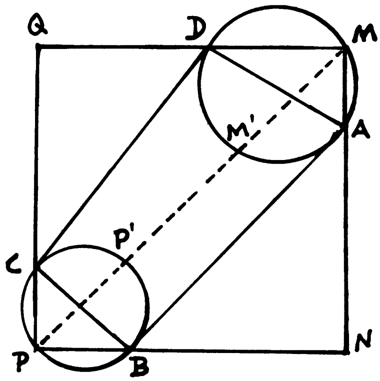
<u>Nota</u>. Il testo ministeriale chiedeva anche la determinazione dell'area S della regione (finita) compresa fra la parabola (1) e la circonferenza (4). Si può calcolarla facilmente nel modo seguente

$$S = \frac{2}{3}\overline{T_1T_2}\cdot\overline{VL} - \frac{1}{3}\left[\pi\cdot\overline{CT_1}^2 - \frac{1}{2}\,\overline{T_1T_2}\cdot\overline{OL}\right] = \dots = \frac{3}{4}\left(\frac{9}{4}\sqrt{3} - \pi\right).$$

QUESTIONE 203

Circoscrivere un quadrato ad un quadrilatero assegnato convesso.

RISOLUZIONE di G. Guarato di VALDAGNO e di M. Longinetti del L. Sc. "L. da Vinci" di FIRENZE



Supponiamo il problema risolto e sia ABCD il quadrilatero dato ed MNPQ il quadrato circoscritto con A su MN, B su NP, C su PQ e D su QM. E' evidente che M, N, P, Q si trovano rispettivamente sulle circonferenze di diametro DA, AB, BC, CD. La diagonale del quadrato, MP, e' bisettrice degli angoli QMN, NPQ, e quindi passa per i punti medi delle semicirconferenze, interne rispetto al quadrato, aventi per diametro AD e BC.

COSTRUZIONE

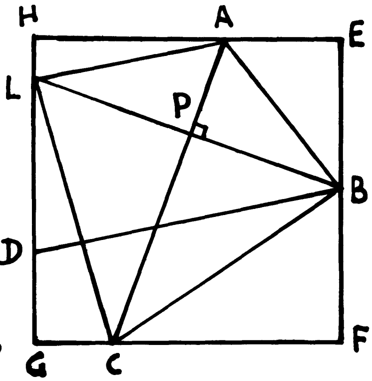
Si descrivano le circonferenze aventi per diametro due lati opposti del quadrilatero; ad esempio AD e BC. Siano M' e P' i punti medi delle semicirconfenze interne al quadrilatero. La retta M'P' taglierà ulteriormente le circonferenze nei punti M e P che sono due vertici opposti del quadrato cercato. Le rette MA e PB determinano il vertice N e le rette MD e PC determinano il vertice Q del quadrato cercato. Il problema è possibile solo quando la retta M'P' interseca internamente i lati opposti AD e BC

RISOLUZIONE di F. Fogliotti di GENOVA-SAMPIERD.

Siano ABCD i vertici del quadrilatero dato. Da uno di questi punti, per esempio da B, conduciamo la perpendicolare BP alla diagonale AC. Sulla retta BP prendiamo BL = AC. Uniamo D con L. La retta DL ci dà la direzione di un lato del quadrato cercato, che si completa conducendo da A e da C le perpendicolari alla retta DL e da B la parallela alla stessa retta DL.

NOTA 1. Se le diagonali del quadrilatero ABCD sono uguali e perpendicolari e uguali si possono circoscrivere infiniti quadrati. Infatti da A e C si possono condurre due rette parallele in una direzione qualunque; poi per B e D si conducono le perpendicolari a queste due parallele e si ottiene un quadrato. In questo caso le circonferenze aventi per diametro i lati AB BC, CD, DA passano per uno stesso punto: il punto di intersezione delle diagonali del quadrilatero.

NOTA 2. Il problema ha quattro soluzioni se si richiede che ciascun lato del quadrato MNPQ o un suo prolungamento passi per uno dei vertici del quadrilatero ABCD. Si confrontino le risoluzioni della quequestione 93: « *Dati quattro punti di un piano (tre a tre non allineati) costruire un quadrato tale che la retta di ciascun lato passi per uno dei quattro punti dati* », pubblicate nel fascicolo 1-2, anno 4°, 1973 (pagg. 5-8).



QUESTIONE 204

Risolvere l'equazione:

$$1\cdot2\cdot3 + 4\cdot5\cdot6 + 7\cdot8\cdot9 + \cdots + (x-5)(x-4)(x-3) + (x-2)(x-1)x = 630$$

RISOLUZIONE

di Marco Succi del L. Sc. "A. Volta" di MILANO

Poichè la quarta terna « $10\cdot11\cdot12 > 1000$ » non può essere inclusa nella somma indicata al primo membro della equazione data, la soluzione è $x=9$.

Infatti si ha:

$$1\cdot2\cdot3 + 4\cdot5\cdot6 + 7\cdot8\cdot9 = 6+120+540 = 630.$$

RISOLUZIONE dedotta dalla risposta di Giuseppe Guarato di Valdagno; che ha indicato diversi modi per pervenire alla equazione (*).

Il primo membro dell'equazione data si può scrivere:

$$(x-2)(x-1)x + (x-5)(x-4)(x-3) + \cdots + 7\cdot 8\cdot 9 + 4\cdot 5\cdot 6 + 1\cdot 2\cdot 3 = 630,$$

e ponendo $x = 3r$:

$$\sum_{r=1}^{r=\frac{x}{3}} (3r-2)(3r-1)\cdot 3r \quad = 3\sum_{r=1}^{r=\frac{x}{3}} \left(9r^3 - 9r^2 + 2r\right) = \quad \rightarrow$$

e ricordando che

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2} \;;$$

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{2n^3+3n+n}{6} \;;$$

$$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[S_2\right]^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \frac{n^4+2n^3+n^2}{4}$$

$$\rightarrow \quad = 3\left[9\,\frac{\left(\frac{x}{3}\right)^4 + 2\left(\frac{x}{3}\right)^3 + \left(\frac{x}{3}\right)^2}{4} - 9\,\frac{2\left(\frac{x}{3}\right)^3 + 3\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{x}{3}\right)}{6} + 2\,\frac{\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{x}{3}\right)}{2}\right] =$$

$$= \cdots = \frac{x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x}{12}.$$ Quindi l'equazione data

può scriversi: $$\frac{x^4+2x^3-5x^2-6x}{12} = 630$$

da cui $$x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x - 7560 = 0 \qquad (*)$$

che ammette l'unica soluzione positiva $\boxed{x=9}$

NOTA DIDATTICA Riportiamo per i Giovani Angolisti una dimostrazione delle tre formule sopra ricordate: $S_1 = \ldots$; $S_2 = \ldots$; $S_3 = \ldots$.

1) Calcoliamo S_1; si ha: $S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n$;

ovvero $S_1 = n + (n-1) + (n-2) + \cdots + 2 + 1$. E sommando membro a membro

$$2S_1 = (n+1) + (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1) + (n+1) = (n+1)\cdot n$$

e quindi $$S_1 = \frac{(n+1)n}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n. \qquad (1).$$

Essa si può considerare come un polinomio di 2° grado in n

$S_1 = an^2 + bn + c$, (con $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{2}$, $c = 0$).

2) Analogamente la somma S_2 dei quadrati dei primi n numeri interi sarà un polinomio di 3° grado in n,

$$S_2 = an^3 + bn^2 + cn + d \qquad (2).$$

Calcoliamo S_2 per $n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=4$;
Avremo rispettivamente $S_2=1$, $S_2=5$, $S_2=14$, $S_2=30$
Ponendo quindi nella (2) questi valori di n e di S_2 si ha il seguente sistema lineare a quattro incognite

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ 8a + 4b + 2c + d = 5 \\ 27a + 9b + 3c + d = 14 \\ 81a + 16b + 4c + d = 30 \end{cases}$$

Risolvendo si ha
$a=\frac{1}{3}$, $b=\frac{1}{2}$, $c=\frac{1}{6}$, $d=0$.

$$\Rightarrow S_2 = \frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{6}n = \frac{2n^3+3n^2+n}{6} = \cdots = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3) Analogamente la somma S_3 dei cubi dei primi n numeri interi è un polinomio di quarto grado in n.

$$S_3 = an^4 + bn^3 + cn^2 + dn + e \qquad (3)$$

Per $n = 1, 2, 3, 4, 5$, si ha
$S_3 = 1, 9, 36, 100, 225$.

Ponendo nella (3) questi valori si ottiene il sistema lineare nelle cinque incognite a, b, c, d, e

$$\begin{cases} a + b + c + d + e = 1 \\ 2^4 a + 2^3 b + 2^2 c + 2d + e = 9 \\ 3^4 a + 3^3 b + 3^2 c + 3d + e = 36 \\ 4^4 a + 4^3 b + 4^2 c + 4d + e = 100 \\ 5^4 a + 5^3 b + 5^2 c + 5d + e = 225 \end{cases}$$

Risolvendo si ha
$a=\frac{1}{4}$, $b=\frac{1}{2}$, $c=\frac{1}{4}$,
$d=0$, $e=0$.

Ne segue:

$$S_3 = \frac{1}{4}n^4+\frac{1}{2}n^3+\frac{1}{4}n^2 = \frac{1}{4}n^2(n^2+2n+1) =$$

$$= \frac{1}{4}n^2(n+1)^2 = \left[\frac{1}{2}n(n+1)\right]^2 = [S_2]^2$$

Ecco un altro procedimento per determinare S_2 ed S_3:

Si scrivono le relazioni:

I)

$$\left.\begin{aligned}
1^3 &= &&= 1\\
2^3 &= (1+1)^3 &&= 1^3 + 3\cdot 1^2 + 3\cdot 1 + 1\\
3^3 &= (2+1)^3 &&= 2^3 + 3\cdot 2^2 + 3\cdot 2 + 1\\
&\cdots\cdots &&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots &&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
(n+1)^3 &= &&= n^3 + 3\cdot n^2 + 3\cdot n + 1
\end{aligned}\right\}$$

Sommando membro a membro, e riducendo:

$$(n+1)^3 = 1 + 3\cdot\left[1^2+2^2+\cdots+n^2\right] + 3\left[1+2+\cdots+n\right] + n \ ;$$

ovvero $(n+1)^3 = 1 + 3\cdot S_2 + 3\cdot\dfrac{n(n+1)}{2} + n$

da cui $S_2 = \dfrac{1}{3}\left[(n+1)^3 - \dfrac{3}{2}n(n+1) - (n+1)\right] =$

$$= \frac{1}{3}(n+1)\left[n^2+2n+1-\frac{3}{2}n-1\right] = \cdots = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$

II) Si scrive la relazione

$$(n+1)^4 = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1 \ ;$$

si pone in questa $n = 0, 1, 2, \ldots, n$; si sommano membro a membro le relazioni ottenute e riducendo si ritrova

$$S_3 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 = (S_2)^2.$$

QUESTIONE 205

In quanti modi si può leggere ANGOLO nella scritta qui a fianco riportata, muovendosi, anche ripetutamente, secondo il movimento della TORRE nel gioco degli scacchi?

					O					
				O	L	O				
			O	L	O	L	O			
		O	L	O	G	O	L	O		
	O	L	O	G	N	G	O	L	O	
O	L	O	G	N	A	N	G	O	L	O
	O	L	O	G	N	G	O	L	O	
		O	L	O	G	O	L	O		
			O	L	O	L	O			
				O	L	O				
					O					

RISOLUZIONE

di Giuseppe Guarato di VALDAGNO

Se le lettere della parola considerata sono tutte diverse è valido il seguente semplice ragionamento. Consideriamo la parola ANGOLI e la quarta parte della scritta relativa. Partendo dalla lettera A si possono seguire due direzioni verso le due N adiacenti; da ogni N si possono seguire ancora due direzioni, così da ogni G e così via. In totale si hanno quindi $2^5 = 32$ vie diverse

$$\begin{array}{ccccccccccc}
A & \to & N & \to & G & \to & O & \to & L & \to & I\\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
N & \to & G & \to & O & \to & L & \to & I & & \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\
G & \to & O & \to & L & \to & I & & & & \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & & & \\
O & \to & L & \to & I & & & & & & \\
\downarrow & & \downarrow & & & & & & & & \\
L & \to & I & & & & & & & & \\
\downarrow & & & & & & & & & & \\
I & & & & & & & & & &
\end{array}$$

di percorrimento per la lettura di ANGOLI. Per l'intera scritta sembrerebbe di poter concludere che le possibilità sono $32 \times 4 = 128$. Ma va subito osservato che in questo modo le quattro parole ANGOLI scritte sulle due diagonali vengono lette due volte. Quindi il numero X richiesto è $X = 2^7 - 4 = 124$.

Generalizzando se n è il numero delle lettere della parola proposta, il numero X (nel caso di lettere diverse) è
$X = 2^{n+1} - 4$

La parola ANGOLO però presenta due lettere uguali e quindi il numero X aumenta.

Se ammettiamo che l'ipotetica TORRE possa anche tornare indietro ripassando su una "O" già sorpassata si può osservare che da ogni "L" si può accedere su quattro "O" e quindi la parola ANGOLO si può leggere in $(2^6-4) \cdot 4 = 60 \cdot 4 = 240$ modi diversi.

Se invece imponiamo la condizione che la TORRE non debba mai passare due volte su una stessa casella, si osserva che da ogni "L" si può accedere su *tre* "O" diverse (quattro meno quella già sorpassata), quindi la parola ANGOLO si può leggere in ...
$60 \cdot 3 = 180$ modi diversi.

L'Angolista Francesco Mostardi del L.Sc."Enriques" di Livorno ci ha inviato una risoluzione piuttosto prolissa rispetto alla precedente ma molto interessante per il ragionamento seguito: essa ci ha suggerito la formulazione della questione 229 (vedi pagina 1).

Nota: Il numero X_n dei modi in cui si può leggere in uno schema costruito con n lettere diverse la parola ABCD...W si può dedurre da X_{n-1}, aggiungendo 4 al doppio di X_{n-1}:
$$X_n = 2X_{n-1} + 4 .$$
Infatti da ciascuna lettera posta ai 4 vertici di N_{n-1} si può passare a 3 lettere perimetrali di N_n, e dalle <u>altre</u> lettere perimetrali di N_{n-1} [itinerari $(X_{n-1}-4)$ per i quali si può pervenire a queste lettere] si può pervenire a 2 lettere perimetrali di N_n. Si ha:

per $n=2$ $\quad X_2 = 4$

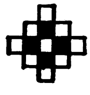
per $n=3$ $\quad X_3 = 4 \cdot 3 = 12 = 4 \cdot 2 + 4$

per $n=4$ $\quad X_4 = 4 \cdot 3 + (12-4) \cdot 2 = 28 = 12 \cdot 2 + 4$.

per $n=5$ $\quad X_5 = 4 \cdot 3 + (28-4) \cdot 2 = 60 = 2 \cdot 28 + 4$.

....

per $n=K$ $\quad X_K = 4 \cdot 3 + (X_{K-1}-4) \cdot 2 = \underline{2 \cdot X_{K-1} + 4}$.



Diffondete „Angolo acuto"	Rinnovate subito l'abbonamento per il 1976

IMPORTANTE PER GLI ABBONATI 1976

Fra tutti gli Angolisti che avranno versato, nel conto corrente postale 5 / /27919, la loro quota di abbonamento ad ANGOLO ACUTO per il 1976, **entro e non oltre il 28 febbraio 1976**, sarà sorteggiata una copia del volume MANUALE DI MATEMATICA di Faure, Kaufmann, Denis-Papin (vedi pagina 12).
L'estrazione avverrà martedì 16 marzo 1976, alle ore 16, in un'aula del Liceo Scientifico "Guido Castelnuovo", via La Farina, 18 - Firenze, gentilmente concessa, alla presenza di almeno DIECI Angolisti, abbonati per il 1976. Tutti gli Angolisti 1976 che saranno presenti alle operazioni di estrazione, riceveranno in omaggio una annata arretrata di ANGOLO ACUTO.

Invieremo **ANGOLO ACUTO** <u>**GRATUITAMENTE**</u> per il 1976:

- alle Biblioteche delle Scuole Medie Inferiori e Superiori che ci invieranno entro il 16 gennaio 1976, gli indirizzi privati (esatti e completi del numero di C.A.P.) dei Professori di Matematica e Fisica della Scuola stessa.
- ai Professori di Matematica ed agli Studenti appassionati che ci invieranno l'importo di ALMENO CINQUE NUOVI ABBONAMENTI (nuove quote per il 1976 - vedi pagina 1).

RISOLUTORI DELLE QUESTIONI	158	200	201	202	203	204	205
AGROSI Aniello - DISO (Le)				*		*	
BERNI Maurizio, L. Sc. "Spallanzani" - REGGIO EMILIA					*		
D'ANTONIO Pasqua, L. Sc. "Einstein" - TORINO	*						
DEL BONO Vladi, L. Sc. "Galilei" - TRIESTE	*						
FELICIAN Leonardo, L. Cl. "Dante" - TRIESTE	*						
FOGLIOTTI Francesco - GENOVA — SAMPIERDARENA	*	*	*	*	*	*	*
FRIGERIO Emma - MILANO	*						
GAI Davide, L. Sc. "A. Volta" - MILANO	*						
GATTI Guido - CREMONA				*	*	*	
GUARATO Giuseppe - VALDAGNO (Vi)	*	*	*	*	*	*	*
JANNELLI Enrico, L. Sc. "Fermi" - BARI	*	*	*	*	*	*	*
LONGINETTI Marco, L. Sc. "L. Da Vinci" - FIRENZE	*	*	*	*	*	*	*
MARTINOLLI Roberto, L. Sc. "Oberdan" - TRIESTE	*	*	*	*	*	*	*
MOSTARDI Franco, L. Sc. "Enriques" LIVORNO	*	*				*	*
SUCCI Marco, L. Sc. "A. Volta" - MILANO	*	*				*	*

Registrato presso il Tribunale di Firenze al n. 2051 in data 13 gennaio 1970
Direttore responsabile: *Giuseppe Spinoso*

Stampato dalla Tip. "G. Capponi" - Firenze

Associato all'USPI
Unione Stampa Periodica Italiana

SPEDIZIONE IN ABBONAMENTO POSTALE GRUPPO III - 70 %